מבוא

הפירמה ומטרותיה

ולנו יודעים מהי פירמה שהרי פירמות מקיפות אותנו בכל תחום של פעילותנו היומיומית, אנו נתייחס בקורס לפירמה כארגון המסב תשומות לתפוקות.

תשומות מסוימות הן בשליטת הפירמה ואחרות מחוץ לשליטתה, תפוקת הפירמה מספקת משוב המשפיע על החלטות עתידיות לגבי תשומות שבשליטת הפירמה.

השאת רווחים

לפירמה ישנן מטרות המוגדרות ככלכליות ומטרות המוגדרות לא כלכליות, פירמה אשר מטרתה להשיא את רווחיה ו/או את ערכה הכספי היא פירמה אשר מטרותיה כלכליות, באופן כללי ניתן לומר שעל מנת שפירמה תשיג את מטרותיה עליה לבצע פעילויות אשר ישפרו את הרווחיות שלה.

התיאוריה הכלכלית הניאו-קלאסית של הפירמה מניחה שכל פירמה קיימת למטרה אחת והיא השאת רווחים.

במדינת ישראל ניתן לראות בחוק החברות תשנ"ט 1999 את תקנה 11 לחוק, טוען המחוקק כי *"תכלית החברה היא לפעול על פי שיקולים עסקיים להשאת רווחיה"*.

דוגמא לפירמה שאינה כלכלית – מלכ״ר (מוסד ללא כוונת רווח), גם מלכ״ר כמו פירמה צריך לבצע מספר פעולות:
שניהם צריכים לנהל כספים, לגייס כספים ולהשקיע את הכספים בצורה חכמה, הבדל מרכזי בין מלכ״ר לפירמה כלכלית הינו שבמלכ״ר ההכנסות חוזרות פנימה כדי לשמש לפעילותו ואילו בפירמה, ההכנסות גם חוזרות פנימה וגם יוצאות החוצה לבעלי המניות.

במידה ופירמה כוללת מספר מחלקות יכול להיווצר מצב שחלקן מרוויחות וחלק מפסידות, הפירמה יכולה לפעול לאורך זמן רק במקרה שהיא רווחית (כל הפירמה ולא מחלקה ספציפית), יחד עם זאת, סגירת המחלקות המפסידות יכול להגדיל במצבים מסוימים את רווחיות הפירמה.

פעולות נוספות שהפירמה יכולה לעשות כדי להגדיל את רווחיותה: למשל, לצמצם הוצאות, להתמזג, להשקיע בציוד.
ברוב המקרים הרווחיות תגדל רק בעתיד ואילו בתקופה הקצרה יכול להיגרם הפסד, לדוגמא, נניח וחברה מפטרת שלושה עובדים, על מנת להמשיך לייצר החברה רכשה מכונה שהייתה אמורה לעשות תפוקה גדולה יותר משלושת העובדים יחד, באותה שנה יכול להיות שייווצר הפסד כי היו הוצאות לקניית המכונה אולם בעתיד יכול להיווצר לחברה רווח.
דוגמא נוספת: השקעה במחקר ופיתוח עשויה להגדיל את הרווחיות בעתיד אולם בטווח הקצר ההשקעה מקטינה את הרווח.

<u>השאת ערך הפירמה</u>

מטרת הפירמה המקובלת בתורת המימון היא השאת ערך הפירמה לבעליה או לחלופין השאת עושר, עושר מוגדר כערך הנוכחי הנקי של הפירמה (נסביר מונחים אלו בהמשך), במקום להתמקד ברווחים ללא התחשבות בגורמי סיכון וזמן מושפע הערך הנוכחי של הפירמה מעיתוי הרווחים ומהסיכון הטמון בהם.

<u>ישנם שלושה מעגלים של שווקים שונים מול הפירמה:</u>

1. **<u>שוק המוצרים</u>** – זהו השוק בו הפירמה מוכרת את מוצריה ובו מתחריה מנסים למכור מוצרים מקבילים.

2. **<u>שוק השירותים והסחורות</u>** – השוק בו הפירמה רוכשת את גורמי הייצור לייצור מוצריה (חומרי גלם, עובדים, מכונות).

3. **<u>שוק הכסף</u>** – שוק המספק מקורות למימון פעילויות ולחלוקת רווחי הפירמה.
   בחלק מהמקרים תנסה הפירמה להשיג אמצעי מימון דרך צד שלישי, להלן מספר דרכים להשגת אמצעי מימון דרך צד שלישי, ישנן שתי דרכים עיקריות:
   1. **הון עצמי**, לדוגמא:
      <u>משקיעים</u> – המשקיעים משקיעים כסף בחברה ובתמורה מקבלים מניות, כלומר המשקיעים הופכים להיות בעלים של החברה.

2. **הון זר**, לדוגמא:

א. <u>הלוואה</u> – הלוואה היא סוג של חוב, החברה מקבלת כסף ולאחר תקופה החברה צריכה להחזיר את הכסף, בדרך כלל בתוספת ריבית.

ב. <u>אג"ח – אגרות חוב</u> – דרך זו דומה להלוואות, מקבלים כסף בתחילת התקופה ובסוף התקופה יש להחזיר את הסכום בתוספת ריבית.

<u>לסיכום</u>:

מטרת ניהול הפיננסי של הפירמה היא להשיא את העושר לבעלי הפירמה או את ערך הפירמה, כאשר הערך הוא פונקציה של זרם מזומנים צפוי והסיכון הכרוך בו.

<u>המנהל הפיננסי</u>

ברוב החברות קיימת פונקציה/מחלקה של ניהול פיננסי האמורה לקבל החלטות בנושא מבנה ההון של החברה, דהיינו, איזה חלק בחברה יורכב מהון זר (הלוואות, אג"ח וכדומה), ואיזה חלק יורכב מהון העצמי (השקעה של בעלי המניות ורווח).
כמו כן, על הפירמה לבצע התאמה בין תזרימי המזומנים הנכנסים לחברה לבין תזרימי המזומנים היוצאים, וזאת על מנת למנוע קשיים ולחסוך הוצאות מיותרות.

המנהל הפיננסי צריך לטפל בזרם המוזמנים הנכנס והיוצא ועליו להתאים ביניהם, זרם המזומנים הנכנס נקרא **מקורות** לפעילות הארגון ואילו זרם מזומנים יוצא נקרא **שימושים.**

<u>חוסר התאמה בתזרימי מזומנים יכול להיגרם על ידי מספר גורמים</u>:

1. <u>אי בהירות בהגדרת המושג רווח</u> – המטרה של השאת רווח איננה מספקת בסיס חד משמעי להשוואה ולדירוג של דרכי פעולה אלטרנטיביות במונחי תרומתן ליעילות הכלכלית, מטרת השאת רווח איננה מגדירה אילו רווחים יש להשיא, רווחים לטווח הקצר או אולי לטווח הארוך?

2. <u>עיתוי שונה בין מועד קבלת כסף לבין מועד תשלום כסף</u> – יכול להיווצר מצב שהחברה תקבל את הכסף מהלקוחות עוד שנה אולם

החברה צריכה לשלם לספקים כבר היום, כלומר ישנו פער בין התשלומים לתקבולים.

3. נכסים והתחייבויות שצמודים בצורה שונה – יכול להיות לחברה פיקדון שצמוד למדד בסך 100 ₪, מצד שני יכולה להיות לחברה התחייבות שצמודה לדולר וגם במקרה זה הקרן היא 100 ₪, במידה הדולר יעלה הרבה יותר מהמדד, ייווצר לחברה תזרים מזומנים שלילי.

4. התעלמות מגורם הסיכון – סעיף זה כולל בתוכו את הסעיף הקודם (הצמדה), כשעורכים תחזית רווחים לפרויקטים שונים אין הרווחים וודאיים, הפירמות פועלות בעולם של אי וודאות ותוצאות פעולתן אינן ידועות מראש.

פונקצית המימון בפירמה עוסקת בניהול תזרימי מזומנים וגוזרת את שוויה של כל חברה מתזרימי המזומנים העתידיים שלה הנובעים בין היתר מהחלטות תפעוליות וניהוליות.

על המנהל הפיננסי לבחון אפיקי השקעה שונים ולהעריך את כדאיותם, יש לבחור בהשקעה הכדאית ביותר, בבואו לבחון פעולות פיננסית המנהל הפיננסי לוקח בחשבון את האלמנטים הבאים:

<u>הפירמה העסקית נמצאת בשני שווקים פיננסיים עיקריים:</u>

1. **שוק הכסף** – השוק בו נסחרים ניירות הערך קצרי המועד, כדוגמת מק״ם (מלווה קצר מועד).

2. **שוק ההון** – זהו השוק בו נסחרים ניירות ערך ארוכי טווח, כגון אג״ח.

התפקיד המרכזי של השווקים הפיננסיים הוא לתווך בין יחידות בעלות עודף כספי לבין יחידות בעלות חוסר כספי.

<u>העברת המשאבים בין יחידה ליחידה נעשית בשתי דרכים:</u>

1. <u>השקעה ישירה</u> - כאשר חוסכים משקיעים את משאביהם באופן ישיר, למשל משקיע רוכש מניות באופן ישיר מחברה.

2. <u>דרך של מתווכים פיננסיים</u> – גופים המקבלים את כספי ההשקעה מהחוסכים.

כמופקד על מערכת הרישום והבקרה מספק המנהל הפיננסי נתונים לניתוח דרישות הרווח בהחלטות על מחירים ותורם בניסוח מדיניות מחירים, המנהל הפיננסי מספק מידע על העלויות בשוק, שינוי בעלויות ברמות ייצור שונות ושיעור הרווח הנדרש לביצוע פעילות הפירמה.

<u>תפקיד מנהל הפיננסי בסוגי החברות השונות:</u>

- **פירמה פרטית** – בפירמה פרטית ההון העצמי של הפירמה שייך לבעל הפירמה, עקב גודל הפירמה לרוב הבעלים של הפירמה הוא גם המנהל הפיננסי של הפירמה.

- **שותפות** – בשותפות אחראי כל שותף לחובת השותפות (על פי חוק) ולכן בשותפות המנהל הפיננסי של החברה הם בדרך כלל השותפים עצמם.

- **חברה ציבורית** – בחברה ציבורית (חברה שמניותיה רשומות למסחר בבורסה או שהוצעו לציבור על פי תשקיף כמשמעותו בחוק ניירות ערך ומחזקות בידי הציבור), בד"כ מפוקד אדם מוסמך לטיפול בתחום הפיננסי.

ערך הזמן של הכסף

להלן מספר מונחים (לפי סדר א'-ב'):

בנק מסחרי – מוסד פיננסי העוסק בקבלת פיקדונות ומתן הלוואות, כלומר בנק מסחרי הינו חברה פיננסית המתווכת בין מלווים לבין לווים.

היוון – זהו תהליך העברת תזרימי מזומנים עתידיים לערכם הנוכחי, כלומר היוון הוא חישוב הערך הנוכחי של סכום שיתקבל בעתיד או חישוב ערך עתידי של סכום שקיים בהווה.
היוון הוא תרגום של ערך כספי מתקופה אחת לערכי תקופה אחרת.
בדרך כלל שיעורי היוון יהיו חיוביים, ישנם שני יוצאים מן הכלל:

1. שער היוון אפס – במקרה זה הערך נוכחי שווה לערך עתידי.
2. שער היוון שלילי – מצב זה יכול להיווצר במציאות אינפלציונית, במקרה כזה הערך הנוכחי המתקבל יהיה גדול מהערך העתידי (מצב הפוך מהשגרה).

חישובי ערך – פעולות פיננסיות הכרוכות בהעברת סכומי כסף בתקופות שונות בהשוואה למחיר הכסף.

מחיר הכסף – הסכום המשולם על שימוש בכסף בתקופה מסוימת או לחילופין התמורה המתקבלת על הויתור השימוש בכסף, המונח המקובל למחיר הכסף הוא ריבית.

<u>מקדם ערך נוכחי</u> – שווי סכום בהווה השקול ליחידה אחת של מטבע האמורה להתקבל בעתיד, כלומר סכום של תשלומים עתידיים המהוון לתאריך בהווה.
<u>לדוגמא</u>: במידה ואנו רוצים לדעת כמה יהיו שווים 100 ₪ עוד שנה אנו צריכים לדעת מהם תנאי האינפלציה.

<u>מקדם ערך עתידי</u> – שווי סכום שהצטבר בנקודת זמן כלשהי בעתיד, לכל יחידה אחת של מטבע אשר תצבור ריבית מהיום ועד לאותה נקודת זמן, כלומר הערך של סכום כסף בנקודת זמן כלשהיא בעתיד.
<u>קצבה/אנונה</u> – קבוצה של תזרימי מזומנים זהים המתקבלים בכל תקופה קבועה במשך מספר תקופות ידוע מראש.

<u>ריבית</u> – הינה תשואה על ההשקעה והיא מפצה את בעל הכסף על כך שהוא נתן לאחרים להשתמש בכסף במקום לצרוך אותו, התשואה במונחים כספיים היא ההפרש בין הסכום שמושקע לבין ערך ההשקעה בתום התקופה.
<u>צד הלווה</u> – מחיר הכסף המשולם עבור השימוש בכסף שנלקח בהלוואה.
<u>צד המלווה</u> – מחיר הכסף המשולם על ידי הלווה עבור הויתור של המלווה לשימוש בכסף.

<u>ריבית אפקטיבית</u> – הריבית האמיתית המשולמת על הלוואה או המתקבלת על פיקדון תוך התחשבות במועדי חיוב, הריבית ובעליות נוספות.

ריבית דריבית (ריבית מצטברת) – הריבית שנצברת בסוף התקופה, מושקעת חזרה בכל פעם כתוספת לקרן באותו שער שהריבית ניגבת מראש, בתום כל תקופה הריבית נצברת על הקרן והיא נחשבת לחלק מהקרן, כלומר הריבית מחושבת לא רק על הקרן אלא גם על הריבית שהצטברה בתקופה הקודמת. זוהי ריבית משולמת על ההשקעה הראשונית ועל סכומי הריבית שיתווספו לסכום המקורי בתקופות הבאות.

ריבית לווים – ריבית המשולמת על ידי מי שמקבל את הכסף, למשל הריבית שמשלם לקוח על הלוואה שהייתה לו בבנק.

ריבית מלווים – הריבית שמקבל מי שמלווה כסף למישהו אחר, למשל ריבית שמשולמת לבעלי פיקדון בבנק.

ריבית נומינאלית – הריבית הנקובה בעת לקיחת ההלוואה ללא שום קשר לתאריכים ולהוצאות שונות.

ריבית ריאלית – ריבית נומינאלית בניכוי האינפלציה, כלומר הפער בין שער הריבית הנומינלית לבין שיעור האינפלציה.

כסף ומחיר

מחיר הכסף הוא הסכום המשולם על שימוש בו לתקופת זמן מסוימת, או לחילופין התמורה המתקבלת עבור הויתור על השימוש בו ליחידת זמן מסוימת.

לדוגמא: א' לווה 1,000 ₪ לשנה מ- ב' ומשלם לו עבור ההלוואה 100 ₪, כלומר בעוד שנה יחזיר א' ל – ב' 1,100 ₪.
במקרה זה א' שילם 100 ₪ עבור השימוש ב- 1,000 ₪ של ב' ואילו, ב' קיבל 100 ₪ עבור זה שהוא אפשר לא' להשתמש בכסף שלו במשך שנה, כלומר מחיר הכסף לשנה הינו 100.

מקובל להציג את מחיר הכסף באחוזים או במספרים עשרוניים, כך שבדוגמא הנ"ל מחיר הכסף הוא 10% או 0.1 (100/1,000).

בהלוואה מסוג זה מקובל לכנות את מחיר הכסף כריבית שנתית של 10%.

לעיתים בין הלווה והמלווה מעורב בנק מסחרי, ואז במקרה כזה ריבית המלווה אמורה להיות גבוהה מריבית הלווה, כך שהבנק המסחרי מקבל את ההפרש וזה הרווח שלו כמתווך על הפעילות העסקית.

חישובי ערך

מרבית הפעולות הפיננסיות כרוכות בהעברת סכומי כספים בתקופות זמן שונות.

לדוגמא: מחד הלוואה שמתקבלת היום יכול להיות שהיא תוחזר בתשלומים שונים לתקופה ארוכה מאידך, השקעה שמושקעת היום יכולה לתת את התקבול רק בתקופה רחוקה יותר, כלומר, אנחנו אמורים למצוא מכנה משותף בין סכום כסף האמור להתקבל בעוד שנה, לבין סכום כסף האמור להתקבל בעוד ארבעה חודשים, לבין סכום כסף שאמור להתקבל היום.
חישובי הערך יביאו אותנו למכנה משותף שיקבע את מחיר הכסף.

מקדם ערך עתידי

סכום כסף שהצטבר בנקודת זמן כלשהי בעתיד לכל יחידה אחת של מטבע שתצבור ריבית מהיום ועד לאותה נקודת זמן.

הנוסחא למקדם ערך עתידי:

$$(1+i)^n$$

i = שיעור הריבית.

n = מספר התקופות, לדוגמא מספר השנים, חודשים שבועות וכן הלאה...

את מקדם הערך העתידי יש להכפיל בסכום הנוכחי, על מנת לדעת מה יהיה הערך לאחר תקופה:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

Fv – ערך עתידי.

Pv – ערך נוכחי.

i – שיעור הריבית לתקופה.

n = מספר התקופות.

מקדם הערך העתידי ידוע בשמו **ריבית דריבית**, כלומר, הריבית שנצברת בסוף תקופה מוחזרת לקרן והופכת להיות חלק מהקרן, כלומר אנו מניחים שכל הריביות שהתקבלו בתקופות קודמות אנו חוזרים ומשקיעים באותו אפיק השקעה.

ככל שמספר התקופות עולה כך עולה ערכו של מקדם הערך העתידי (ה- n גדל), הואיל והריבית מושקעת לתקופה ארוכה יותר,ככל שהריבית גדלה כך גם גדל השינוי בין תקופה לתקופה, בנספח 2 ניתן לראות לוח היוון מקדם ערך עתידי (זהו בעצם חישוב עזר של הצבת תקופות וריביות במקדם הערך העתידי).

תרגילים במקדם ערך עתידי

שאלה ראשונה

פירמה קיבלה הלוואה של 150,000 ₪ בריבית שנתית 10%, ההלוואה תוחזר בתשלום אחד בעוד 22 שנה, מה יהיה הסכום שהפירמה תצטרך לפרוע בתום התקופה?

שאלה שנייה

מצא את הערך העתידי בתום 5 תקופות של 3,000 ₪ שהושקעו בתכנית החיסכון הנותנות:

4% בשנה הראשונה.

8% בשנה השנייה.

7% בשנה בשלישית.

5% בשנה הרביעית.

6% בשנה החמישית.

שאלה שלישית

לפירמה יש סכום של 10,000 ₪, באפשרות הפירמה להפקיד את הכסף בתוכנית חיסכון שנותנת ריבית שנתית של 7%, כמה שנים הפירמה צריכה להשאיר את הכסף בפיקדון על מנת להכפיל את הסכום?

שאלה רביעית

לפירמה מוצעת הלוואה בסכום של 30,000 ₪, במידה והפירמה תסכים להחזר 62,459 בסכום אחד בעוד 6 שנים, מהי הריבית המשלמת הפירמה?

שאלה חמישית

הפקדת X ₪ בתוכנית חסכון, כעבור 7 שנים גילית שסכום הכסף גדל ב – 50%, כמה שנים נוספות עליך להמתין על מנת שהסכום ההתחלתי שהפקדת יוכפל?

שאלה שישית

חברה לוותה X ₪ בריבית של 8% לשנה, החברה תצטרך להחזיר לבנק בעוד 10 שנים 900 ₪ בגין תשלומי הריבית, הריבית מחושבת אחת לשנה ומצטברת לקרן ההלוואה, מהו הסכום שהחברה לוותה אם ידוע שבעת הפירעון פורעים הן את הקרן והן את הריבית עבור כל התקופה?

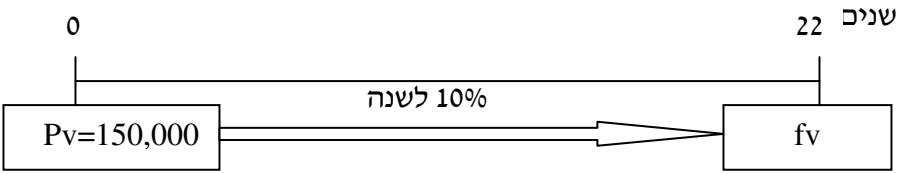
שאלה שביעית

חברה השקיעה 300,000 ₪ למשך 4 שנים ב – 2 תוכניות חסכון, האחת נושאת ריבית שנתית בשיעור של 7% והשנייה נושאת ריבית שנתית בשיעור של 8%, הנח שהריבית בכל תוכנית נצברת לקרן בסוף כל שנה, בסוף התקופה קיבלה החברה סכום כולל של 402,120 ₪.
מהו הסכום שהשקיעה החברה בכל תוכנית חיסכון?

פתרון תרגילים במקדם ערך עתידי

שאלה ראשונה

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



דרך א':

לפי לוח היוון מקדם ערך עתידי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 8.140 ולכן הסכום שעל החברה לשלם בתום התקופה יהיה:

$$Fv = 150,000*8.140 = 1,221,000$$

דרך ב':

נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך עתידי:

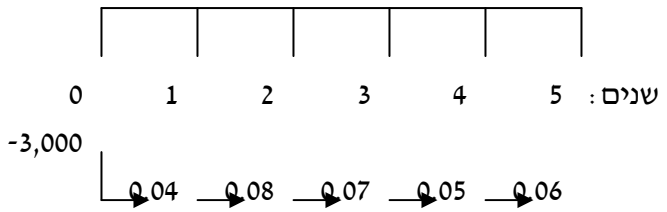
$$fv = pv \times (1+i)^n = 150,000 \times (1+0.1)^{22} = 1,221,041$$

השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

הפירמה תצטרך להחזיר למלווה בעוד 22 שנה 1,221,000 ₪.

<u>שאלה שנייה</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



כאשר הסכום מועבר משנה לשנה ויש להוסיף לריבית 1 (לפי הנוסחא של מקדם ערך עתידי).

כעת נמצא את הערך העתידי של הפיקדון בעוד 5 שנים (הן לפי הצבה בנוסחא של מקדם ערך עתידי והן לפי לוח היוון של מקדם ערך עתידי):

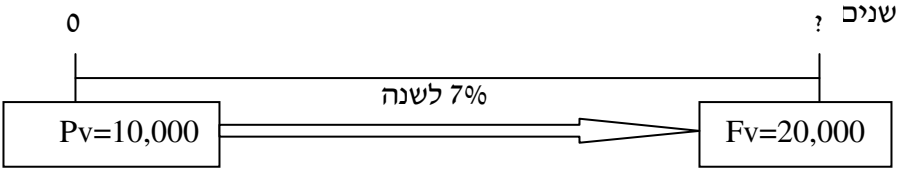
$$fv = pv \times (1+i)^n = 3{,}000 \times (1.04) \times (1.08) \times (1.07) \times (1.05) \times (1.06) = 4{,}013$$

את הסכום העברנו משנה לשנה ולא רשמנו שום דבר חזקה הואיל ומדבור בשנה אחת, כלומר יש לרשום בחזקה 1.

<u>הערך העתידי בתום 5 שנים לסכום של 3,000 ש"ח הינו 4,013 ₪.</u>

<u>שאלה שלישית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



נפתור את השאלה באמצעות הנוסחא לחישוב ערך עתידי אשר הנעלם בה הוא מספר השנים (תקופות), ידוע לנו שהסכום ההתחלתי הוא 10,000 ₪ ואנו מעוניינים שלפירמה יהיה 20,000 ₪, בנוסף ידוע שהריבית השנתית הינה 7%:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$20{,}000 = 10{,}000 \times (1+0.07)^n$$

$$\frac{20{,}000}{10{,}000} = 2 = (1+0.07)^n$$

לאחר שמצאנו את המקדם נפנה ללוח ההיוון של מקדם ערך עתידי ונחפש את הקירוב לספרה 2, את החיפוש נעשה בעמודה של 7%, השורה המתאימה היא בקירוב:

$$n = 10$$

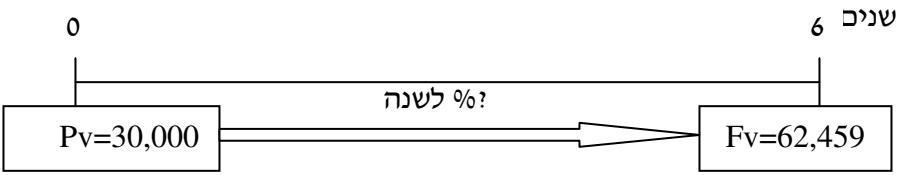
נציין שניתן להמשיך ולפתור בעיה זו גם ללא לוח היוון, אלא ע"י הוצאות log משני צדדי המשוואה:

$$2 = (1+0.07)^n$$
$$\log 2 = \log(1+0.07)^n$$
$$\log 2 = n\log(1+0.07)$$
$$n = \frac{\log 2}{\log(1+0.07)} = 10.24$$

<u>החברה תצטרך להפקיד את הסכום ל – 10 שנים בקירוב על מנת שסכום הכסף יכפיל את עצמו</u> (עליה להפקיד כ - 10 שנים ו כמעט – 3 חודשים אך בקירוב מדובר על 10 שנים).

<u>שאלה רביעית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



נפתור את השאלה באמצעות הנוסחא לחישוב ערך עתידי אשר הנעלם בה הוא הריבית, ידוע לנו שהסכום ההתחלתי הוא 30,000 ₪ ואנו מעוניינים שלפירמה יהיה 62,459 ₪, בנוסף ידוע שהלוואה ניתנת ל – 6 שנים:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$
$$62,459 = 30,000 \times (1+i)^6$$
$$\frac{62,459}{30,000} = 2.0819 = (1+i)^6$$

לאחר שמצאנו את המקדם נפנה ללוח ההיוון של מקדם ערך עתידי ונחפש את הקירוב לספרה 2.0819, את החיפוש נעשה בשורה של 6 שנים, העמודה המתאימה היא בקירוב:

$i = 13$

נציין שניתן להמשיך ולפתור בעיה זו גם ללא לוח היוון, אלא ביטול החזקה משני צידי המשוואה:

$$2.0819 = (1+i)^6 \Big|^{\frac{1}{6}}$$

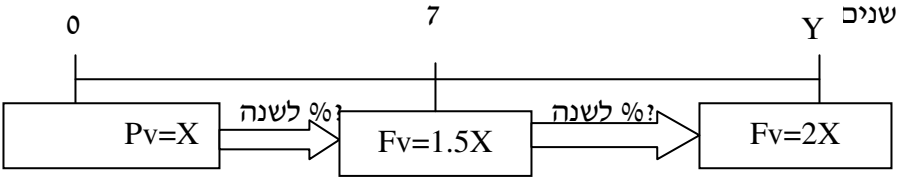
$$2.0819^{\frac{1}{6}} = 1+i$$

$$i = (2.0819)^{\frac{1}{6}} - 1 \cong 13$$

<u>הריבית אשר מוצעת בהלוואה הינה 13% לשנה.</u>

<u>שאלה חמישית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



נפתור את השאלה באמצעות הנוסחא לחישוב ערך עתידי אשר הנעלם בה הוא הריבית, ידוע לנו שהסכום ההתחלתי הוא X ₪ ואנו מעוניינים שלפירמה יהיה 1.5X ₪, בנוסף ידוע שעד לאותו רגע עברו 7 שנים:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$
$$1.5X = X \times (1+i)^7$$
$$\frac{1.5X}{X} = 1.5 = (1+i)^7$$

לאחר שמצאנו את המקדם נפנה ללוח ההיוון של מקדם ערך עתידי ונחפש את הקירוב לספרה 1.5, את החיפוש נעשה בשורה של 7 שנים, העמודה המתאימה היא בקירוב:

$$i = 6$$

נציין שניתן להמשיך ולפתור בעיה זו גם ללא לוח היוון, אלא ביטול החזקה משני צידי המשוואה:

$$1.5 = (1+i)^7 \Big|^{\frac{1}{7}}$$
$$1.5^{\frac{1}{7}} = 1+i$$
$$i = (1.5)^{\frac{1}{7}} - 1 \cong 6$$

הריבית אשר מוצעת בהלוואה הינה 6% לשנה.

<u>את המשך הפתרון נבצע ב – 2 דרכים:</u>

<u>דרך א':</u>

על מנת להמשיך ולפתור את התרגיל נעזר שוב בנוסחא לחישוב ערך עתידי אשר הנעלם בה הוא מספר השנים (תקופות), ידוע לנו שהסכום ההתחלתי הוא X ₪ ואנו מעוניינים שלפירמה יהיה 2X ₪, בנוסף ידוע שהריבית השנתית הינה 6%:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$
$$2X = X \times (1+0.06)^n$$
$$\frac{2X}{X} = 2 = (1+0.06)^n$$

לאחר שמצאנו את המקדם נפנה ללוח ההיוון של מקדם ערך עתידי ונחפש את הקירוב לספרה 2, את החיפוש נעשה בעמודה של 6%, השורה המתאימה היא בקירוב:

n = 12

נציין שניתן להמשיך ולפתור בעיה זו גם ללא לוח היוון, אלא ע"י הוצאות log משני צדדי המשוואה:

$$2 = (1+0.06)^n$$
$$\log 2 = \log(1+0.06)^n$$
$$\log 2 = n\log(1+0.06)$$
$$n = \frac{\log 2}{\log(1+0.06)} = 11.89 \cong 12$$

<u>הואיל וחיכנו כבר 7 שנים יש להמתין עוד 5 שנים.</u>

<u>דרך ב':</u>

כעת נחשב ישירות את השנים שיש להמתין בלי להתחשב ב – 7 השנים שכבר עברו, נעזר שוב בנוסחא לחישוב ערך עתידי אשר הנעלם בה הוא מספר השנים (תקופות), ידוע לנו שהסכום לאחר 7 שנים הוא 1.5X ₪ ואנו מעוניינים שלפירמה יהיה 2X ₪, בנוסף ידוע שהריבית השנתית הינה 6%:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$
$$2X = 1.5X \times (1+0.06)^n$$
$$\frac{2X}{1.5X} = 1\frac{1}{3} = (1+0.06)^n$$

לאחר שמצאנו את המקדם נפנה ללוח ההיוון של מקדם ערך עתידי ונחפש את הקירוב לספרה 1.333, את החיפוש נעשה בעמודה של 6%, השורה המתאימה היא בקירוב:

$n = 5$

נציין שניתן להמשיך ולפתור בעיה זו גם ללא לוח היוון, אלא ע"י הוצאות log משני צדדי המשוואה:

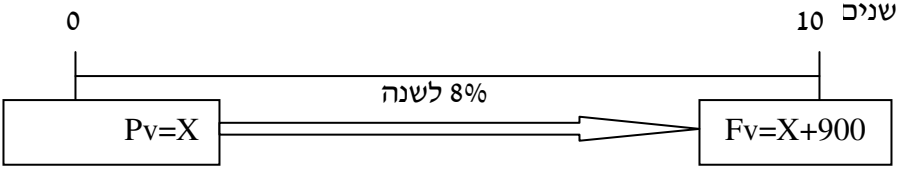
$$1\frac{1}{3} = (1+0.06)^n$$
$$\log 1\frac{1}{3} = \log(1+0.06)^n$$
$$\log 1\frac{1}{3} = n\log(1+0.06)$$
$$n = \frac{\log 1\frac{1}{3}}{\log(1+0.06)} = 4.937 \cong 5$$

<u>החברה תצטרך להמתין עוד 5 שנים בקירוב על מנת שהסכום יכפיל את עצמו.</u>

(עליה להפקיד כ - 4 שנים נוספות ו כמעט – 11 חודשים אך בקירוב מדובר על 5 שנים).

<u>שאלה שישית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



נפתור את השאלה באמצעות השוואת הערך העתידי (לפי הנוסחא) לשווי של הערך העתידי בשקלים לפי השאלה, ידוע לנו שהסכום ההתחלתי הוא X ₪ הערך הכספי של הריבית הינה 900 ₪ שמשולמת בסוף התקופה, בנוסף ידוע שהלוואה ניתנת ל – 10 שנים:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$fv = X \times (1+0.08)^{10} = X + 900$$

$$X \times (1+0.08)^{10} - X = 900$$

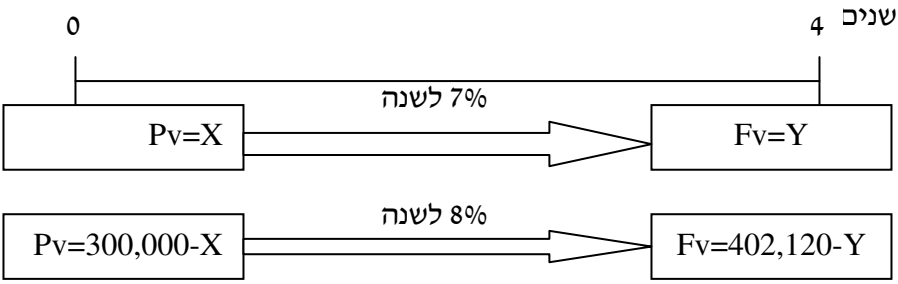
$$X\left[1.08^{10} - 1\right] = 900$$

$$X = \frac{900}{1.08^{10} - 1} = 776.581$$

<u>לפי נתוני השאלה ניתן לראות שהסכום שהחברה לוותה הוא 776.581 ₪.</u>

<u>שאלה שביעית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



נפתור את השאלה באמצעות 2 משוואות עם 2 נעלמים על ידי שימוש בנוסחא לחישוב ערך עתידי אשר הנעלמים במשוואות הם סכומי ההפקדות, ידוע לנו שהסכום ההתחלתי הכולל ל – 2 ההפקדות הוא 300,000 ₪ ואנו מעוניינים שלפירמה יהיה סך כולל של 402,120 ₪, בנוסף ידוע שהחיסכון ניתן ל – 4 שנים:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$\begin{cases} Y = X \times (1+0.07)^4 \\ 402{,}120 - Y = (300{,}000 - X) \times (1+0.08)^4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Y = X \times 1.311 \\ 402{,}120 - Y = (300{,}000 - X) \times 1.36 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

את המקדמים 1.311, 1.36 ניתן לקחת גם מלוח היוון של מקדם ערך עתידי.

$$402{,}120 - 1.311X = (300{,}000 - X) \times 1.36$$
$$402{,}120 - 1.311X = 408{,}000 - 1.36X$$
$$-5{,}880 = -0.049X$$
$$X = 120{,}000$$
$$\Downarrow$$
$$300{,}000 - 120{,}000 = 180{,}000$$

על ידי פתרון 2 המשוואות ניתן לראות שהתוכנית שבה החברה שמניבה 7% ריבית שנתית הושקעו 120,000 ₪ ובתוכנית שמניבה 8% ריבית שנתית הושקעו 180,000 וזאת מאחר שבתום התקופה (4 שנים) נצברו ב – 2 תוכניות החיסכון 402,120 ₪.

מקדם ערך עתידי סדרתי

מקדם הערך העתידי שהזכרנו עסק במקרה של סכום שהצטבר בנקודת זמן כלשהי בעתיד ליחידת מטבע אשר תצבור ריבית עד לאותו זמן. במקרה של ערך עתידי סדרתי, אנו עוסקים בשווי של סדרת תקבולים בסכום קבוע שצוברים ריבית מתחילת ההפקדה הראשונה עד לסיומה במשך n תקופות.

השימוש בערך עתידי זה מתבצע על תזרים תקבולים זהה לתקופה ידועה מראש ונקרא **אנונה**. למעשה מדובר בהרחבה של מקדם הערך העתידי אשר מעבר לצבירת הריבית מתווסף אליו תשלום קבוע בכל תקופה ועליו נצברת ריבית מהתקופה בה הופקד ועד ליום התקבול האחרון, הנוסחא למקדם ערך עתידי הינה:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

הנוסחא למעשה נותנת את האפשרות לראות כמה יהיה שווה סכום מסוים בעוד מספר שנים כאשר הריבית שלנו ידועה, זה מדמה לנו ריבית דריבית.

בתקופה השנייה צוברת כל יחידת מטבע ריבית עד לסוף התקופה וזאת בניכוי התקופה הראשונה, הואיל ואותה יחידת מטבע התקבלה בתחילת התקופה השנייה.

הפקדנו שקל אחד, אנחנו רוצים לדעת כמה הוא יהיה שווה בעוד n תקופות:

$$fv = 1 \times (1+i)^n$$

בעוד שנה הוספנו שקל נוסף שלא קיבל ריבית בשנה הקודמת מאחר והוא לא היה קיים, מה תהא הנוסחא לחישוב אותו שקל שהתקבל בתחילת אותה שנה?

$$fv = 1 \times (1+i)^{n-1}$$

בתחילת השנה השלישית הנוסחא תיראה ככה:

$$fv = 1 \times (1+i)^{n-2}$$

נוסחת הערך העתידי הסדרתי או נוסחא לחישוב אנונה:

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

הנוסחא הזו בעצם היא נוסחא שתחשב את הערך העתידי הסדרתי שהתקבל מהאנונה, כמה הכסף יהיה שווה בסוף התקופה.

הנוסחא רלבנטית, כאשר ההפקדה הראשונה היא בסוף תקופה (31/12),
הנוסחא נותנת פתרון לשאלה:
מהו הסכום שיהיה לנו אם נפקיד תזרים מזומנים זהה בסוף כל תקופה, כאשר יש n תקופות?

הנוסחא כאשר ההפקדה הראשונה הייתה בתחילת תקופה (1/1), יש לקחת את הסכום שאנו מפקידים ולקדם אותו לסוף השנה, הנוסחא תיראה כך:

$$fva = A \times (1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

- כאשר ההפקדה הראשונה היא בתאריך ה – 1/1 וכל שאר ההפקדות יהיו ב – 31/12, נשתמש בנוסחא של הפקדה בתחילת תקופה.

הנחה: במידה ולא רשום שהתשלום/תקבול משתלם/מתקבל בתחילת התקופה אנו נניח אוטומטית שהוא משתלם/מתקבל בסוף התקופה.

תרגילים במקדם ערך עתידי סדרתי

שאלה ראשונה

חברה החליטה להשקיע בכל שנה 600 ₪, ההפקדה לתוכנית חיסכון נעשית בסוף השנה במשך 3 שנים, שער הריבית לשנה הינו 12%, מהו הערך העתידי של התזרים העתידי?

שאלה שנייה

חברה החליטה להשקיע בכל שנה 600 ₪, ההפקדה לתוכנית חיסכון נעשית בתחילת השנה במשך 3 שנים, שער הריבית לשנה הינו 12%, מהו הערך העתידי של התזרים העתידי?

שאלה שלישית

פירמה צריכה לפרוע חוב מסוים בעוד 10 שנים, לשם כך החליטה הפירמה לפתוח קרן שיופקד עליה כל שנה סכום קבוע במשך 10 שנים (בתום כל שנה), סכום הכסף שהופקד יהיה בריבית שנתית 9%, מה הסכום שהפירמה צריכה להפקיד בקרן כך שהקרן תצטבר לסכום של 200,000 ₪?

שאלה רביעית

פירמה יכולה להפקיד בתום כל שנה 6,000 ₪ בתוכנית הנותנת 14% ריבית לשנה, כמה הפקדות שנתיות על הפירמה לעשות בכדי לקבל סכום של 64,383?

שאלה חמישית

חברה מעוניינת לפתוח תוכנית חיסכון, בתום 3 שנים יצטבר סכום של 33,421 ₪, הפירמה תצטרך להפקיד לתוכנית החיסכון בתום כל שנה 10,000 ₪, מהו שיעור התשואה שמשלם הבנק עבור חיסכון זה?

שאלה שישית

הפקדת 120,000 ₪ בתוכנית חסכון ל – 7 שנים, בנוסף הפקדת בתוכנית עוד 4,500 ₪ בסוף כל שנה במשך 7 שנים. חשב כמה יעמוד לרשותך בתום תקופת החיסכון אם הריבית היא 8% לשנה.

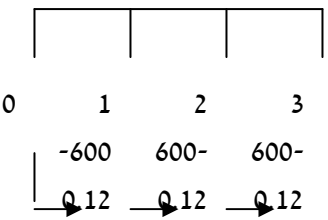
שאלה שביעית

אדם חוסך בסוף כל שנה 1,000 ₪ במשך 10 שנים, הנח שהריבית שאותו אדם קיבל בתוכנית החיסכון היא ריבית משתנה כלומר ב – 4 שנים הראשונות הריבית על הפיקדון היא 9% ובמשך 6 השנים הנותרות הריבית על הפיקדון הינה 10%, מהו הסכום שיצטבר בתום תקופת החיסכון?

פתרון תרגילים במקדם ערך עתידי סדרתי

שאלה ראשונה

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



כאשר הסכום מועבר משנה לשנה יש להוסיף לריבית 1 (לפי הנוסחא של מקדם ערך עתידי).

דרך א':

מאחר וההפקדות נעשות בסוף השנה לא מרווחים ריבית על הסכום במופקד בשנה השלישית, הסכום שמופקד בשנה הראשונה צובר ריבית במשך שנתיים, ההפקדה השנייה צוברת ריבית במשך שנה, וההפקדה האחרונה לא צוברת ריבית ולכן:

$$fv = 600(1+012)^2 + 600(1+012)^1 + 600 = 2{,}024.6$$

דרך ב':

לפי לוח היוון מקדם ערך עתידי סדרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 3.374 ולכן הסכום שהחברה תקבל בתום התקופה יהיה:

Fv = 600 *3.374 = 2,024.4

דרך ג':

נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך עתידי סידרתי:

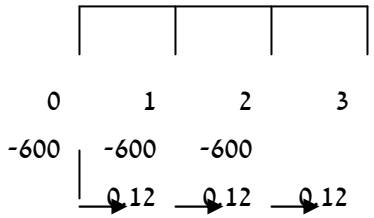
$$fv = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 600 \times \frac{(1+0.12)^3 - 1}{0.12} = 2{,}024.6$$

השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

הפירמה תקבל מהלווה בעוד 3 שנה 2,025 ₪.

שאלה שנייה

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



כאשר הסכום מועבר משנה לשנה יש להוסיף לריבית 1 (לפי הנוסחא של מקדם ערך עתידי).

דרך א׳:

מאחר וההפקדות נעשות בתחילת השנה, הסכום שמופקד בשנה הראשונה צובר ריבית במשך שלוש שנים, ההפקדה השנייה צוברת ריבית במשך שנתיים, וההפקדה האחרונה צוברת ריבית במשך שנה ולכן:

$$fv = 600 \times (1+012)^3 + 600 \times (1+012)^2 + 600 \times (1+0.12)^1 = 2,267.59$$

דרך ב׳:

לפי לוח היוון מקדם ערך עתידי סדרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 3.374 ובנוסף עלינו להכפיל בריבית נוספת על מנת להביא את הסכום שנקבל לסוף התקופה ולכן הסכום שהחברה תקבל בתום התקופה יהיה:

$$Fv = 600 * (1+0.12) * 3.374 = 2,267.3$$

דרך ג׳:

נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך עתידי סידרתי:

$$fva = pv \times (1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i} = 600 \times (1+0.12)\frac{(1+0.12)^3 - 1}{0.12} = 2,267.59$$

השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

הפירמה תקבל מהלווה בעוד 3 שנה 2,268 ₪.

<u>שאלה שלישית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:

<u>דרך א':</u>

לפי לוח היוון מקדם ערך עתידי סדרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 15.19 ולכן הסכום שהחברה תצטרך להפקיד יהיה:

$$A * 15.19 = 200,000$$

$$A = 13,166.5$$

<u>דרך ב':</u>

נפתור את השאלה באמצעות הנוסחא לחישוב ערך עתידי סידרתי אשר הנעלם בה הוא התשלום הקבוע, ידוע לנו שהסכום שעלינו לצבור הוא 200,000 ₪ בריבית של 9% שנתית בנוסף ידוע שהלוואה ניתנת ל – 10 שנים:

$$fv = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$A \times \frac{(1+0.09)^{10} - 1}{0.09} = 200,000$$

$$A \times 15.1929 = 200,000$$

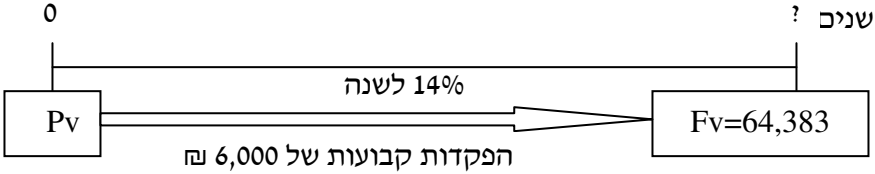
$$A = 13,164$$

השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

<u>הסכום הקבוע שיש להפקיד בתום כל שנה הינו 13,164 ₪.</u>

<u>שאלה רביעית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



נפתור את השאלה באמצעות הנוסחא לחישוב ערך עתידי סידרתי אשר הנעלם בה הוא מספר השנים, ידוע לנו שהסכום שהפירמה מפקידה הוא 6,000 ₪ ואנו מעוניינים שלפירמה יהיה 64,383 ₪, בנוסף ידוע שהלוואה ניתנת בריבית של 14%:

$$fv = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$64{,}383 = 6{,}000 \times \frac{(1+0.14)^n - 1}{0.14}$$

$$\frac{64{,}383}{6{,}000} = 10.7305 = \frac{(1+0.14)^n - 1}{0.14}$$

לאחר שמצאנו את המקדם נפנה ללוח ההיוון של מקדם ערך עתידי סידרתי ונחפש את הקירוב לספרה 10.7305, את החיפוש נעשה בעמודה של 14% ריבית, השורה המתאימה היא בקירוב:

n = 7

נציין שניתן להמשיך ולפתור בעיה זו גם ללא לוח היוון, אלא ע"י הוצאות log משני צדדי המשוואה:

$$10.7305 = \frac{(1+0.14)^n - 1}{0.14}$$

$$10.7305 \times 0.14 + 1 = (1+0.14)^n$$

$$2.50227 = (1+0.14)^n$$

$$\log 2.50227 = \log(1+0.14)^n$$

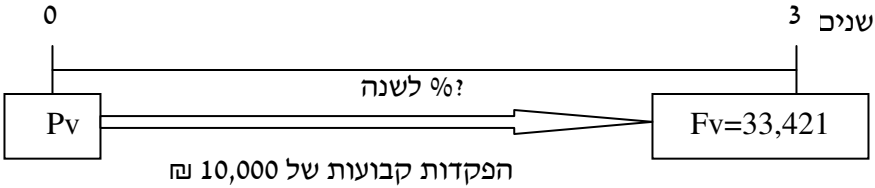
$$\log 2.50227 = n\log(1+0.14)$$

$$n = \frac{\log 2.50227}{\log(1+0.14)} = 7$$

<u>עלינו להפקיד סכום של 6,000 ₪ כל שנה במשך 7 שנים על מנת לצבור 64,383 ₪, בתוכנית הנותנת ריבית של 14% שנתית.</u>

<u>שאלה חמישית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



נפתור את השאלה באמצעות הנוסחא לחישוב ערך עתידי סידרתי אשר הנעלם בה הוא הריבית, ידוע לנו שהסכום שהפירמה מפקידה הוא 10,000 ₪ ואנו מעוניינים שלפירמה יהיה 33,421 ₪, בנוסף ידוע שהחיסכון הוא ל – 3 שנים:

$$fv = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$33{,}421 = 10{,}000 \times \frac{(1+i)^3 - 1}{i}$$

$$\frac{33{,}421}{10{,}000} = 3.3421 = \frac{(1+i)^3 - 1}{i}$$

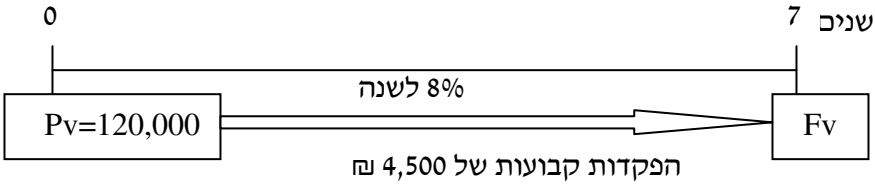
לאחר שמצאנו את המקדם נפנה ללוח ההיוון של מקדם ערך עתידי סידרתי ונחפש את הקירוב לספרה 3.3421, את החיפוש נעשה בשורה של 3 שנים, העמודה המתאימה היא בקירוב:

i = 11

<u>עלינו להפקיד סכום של 10,000 ₪ כל שנה במשך 3 שנים על מנת לצבור 33,421 ₪, בתוכנית הנותנת ריבית של 11% שנתית.</u>

<u>שאלה שישית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



נתחיל את הפתרון השאלה על ידי מציאת השווי של 120,000 היום בעוד 7 שנים.

דרך א׳:

נמצא את שווי הערך העתידי של ההפקדה החד פעמית באמצעות הנוסחא לחישוב ערך עתידי, ידוע לנו שהסכום שהפירמה מפקידה הוא 120,000 ₪ הריבית הינה 8% בנוסף ידוע שהחיסכון הוא ל – 7 שנים:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$fv = 120{,}000 \times (1+0.08)^7 = 205{,}658.9 \cong 205{,}659$$

דרך ב׳:

לפי לוח היוון מקדם ערך עתידי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 1.714 ולכן הסכום שעל החברה לשלם בתום התקופה יהיה:

$$Fv = 120{,}000 * 1.714 = 205{,}680$$

השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

נמשיך את פתרון השאלה, כלומר מציאת השווי של ההפקדה השנתית בעוד 7 שנים ב – 2 דרכים:

דרך א׳:

נמצא את שווי הערך העתידי של ההפקדות השנתיות באמצעות הנוסחא לחישוב ערך עתידי סידרתי, ידוע לנו שהסכום שהפירמה מפקידה הוא 4,500 ₪ הריבית הינה 8% בנוסף ידוע שהחיסכון הוא ל – 7 שנים:

$$fv = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$fv = 4{,}500 \times \frac{(1+0.08)^7 - 1}{0.08} = 40{,}152.6 \cong 40{,}153$$

דרך ב׳:

לפי לוח היוון מקדם ערך עתידי סידרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 8.922 ולכן הסכום שעל החברה לשלם בתום התקופה יהיה:

$$Fv = 4{,}500*8.922 = 40{,}149$$

השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

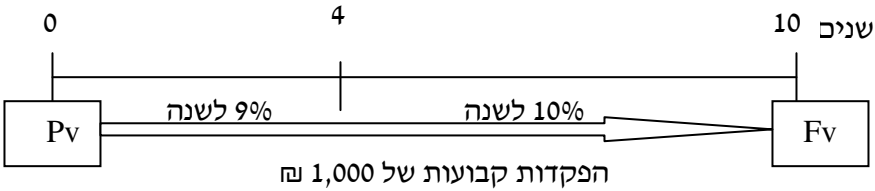
כעת נחבר בין 2 התוצאות שקיבלנו על מנת לדעת את השווי שלהן בעוד 7 שנים:

$$fv = 205{,}659 + 40{,}153 = 245{,}812$$

כאשר נפקיד בתוכנית חיסכון 120,000 ₪ בתחילת התקופה ו – 4,500 ₪ כל שנה לאחר 7 שנים יצטבר בתוכנית חיסכון 245,812 ₪.

שאלה שביעית

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



נתחיל את הפתרון השאלה על ידי מציאת השווי של ההפקדות השנתיות בסך של 1,000 היום בעוד 10 שנים, נפצל את הפתרון ל – 2 תחילה נמצא את

השווי של ההפקדות בעוד 4 שנים ולאחר מכן נמצא את שווי ההפקדות בעוד 10 שנים.

<u>דרך א':</u>

נמצא את שווי הערך העתידי של ההפקדות השנתיות באמצעות הנוסחא לחישוב ערך עתידי סידרתי, ידוע לנו שהסכום שהפירמה מפקידה הוא 1,000 ₪ הריבית הינה 9% בנוסף ידוע שהחיסכון הוא ל – 4 שנים:

$$fv = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$fv = 1{,}000 \times \frac{(1+0.09)^4 - 1}{0.09} = 4{,}573$$

<u>דרך ב':</u>

לפי לוח היוון מקדם ערך עתידי סידרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 4.573 ולכן הסכום שעל החברה לשלם בתום התקופה יהיה:

$$Fv = 1{,}000 * 4.573 = 4{,}573$$

בתום 4 שנים האדם יצבור בתוכנית החיסכון 4,573 ₪ נחשב כעת את השווי של סכום זה לאחר 10 שנים, כלומר הכסף יהיה בחיסכון (שצובר ריבית) למשך 6 שנים.

<u>דרך א':</u>

נמצא את שווי הערך העתידי לאחר 10 שנים של ההפקדות במשך ה – 4 שנים הראשונות באמצעות הנוסחא לחישוב ערך עתידי, ידוע לנו שהסכום

שהפירמה מפקידה הוא 4,573 ₪ הריבית הינה 10% בנוסף ידוע שהחיסכון הוא ל – 6 שנים:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$
$$fv = 4{,}573 \times (1+0.1)^6 = 8{,}101$$

<u>דרך ב':</u>

לפי לוח היוון מקדם ערך עתידי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 1.772 ולכן הסכום שעל החברה לשלם בתום התקופה יהיה:

Fv = 4,573*1.772 = 8,103

השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

נמשיך את פתרון השאלה, כלומר מציאת השווי של ההפקדות השנתיות בעוד 6 שנים ב – 2 דרכים:

<u>דרך א':</u>

נמצא את שווי הערך העתידי של ההפקדות השנתיות באמצעות הנוסחא לחישוב ערך עתידי סידרתי, ידוע לנו שהסכום שהפירמה מפקידה הוא 1,000 ₪ הריבית הינה 10% בנוסף ידוע שהחיסכון הוא ל – 6 שנים:

$$fv = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$
$$fv = 1{,}000 \times \frac{(1+0.1)^6 - 1}{0.1} = 7{,}715.6 \cong 7{,}716$$

דרך ב׳:

לפי לוח היוון מקדם ערך עתידי סידרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 7.715 ולכן הסכום שעל החברה לשלם בתום התקופה יהיה:

$$Fv = 1{,}000*7.715 = 7{,}715$$

השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

כעת נחבר בין 2 התוצאות שקיבלנו על מנת לדעת את השווי של ההפקדות בתום 10 שנים:

$$fv = 8{,}101 + 7{,}716 = 15{,}817$$

כאשר נפקיד בתוכנית חיסכון 1,000 ₪ כל שנה במשך 10 שנים וידוע שהריבית ב – 4 שנים הראשונות היא 9% ובשש השנים הנותרות 10% יצטבר בתוכנית החיסכון התום התקופה 15,817 ₪.

<u>מקדם ערך נוכחי</u>

מקדם ערך נוכחי מוגדר כסכום בהווה השווה ליחידה אחת של מטבע האמורה להתקבל בעתיד.

מקדם הערך הנוכחי הינו:

$$\frac{1}{(1+i)^n}$$

אם אנחנו לוקחים את הסכום שאנו רוצים להפקיד A ונכפיל אותו במקדם ערך נוכחי נקבל את הערך הנוכחי של אותו סכום עתידי, ולכן **הנוסחא לערך נוכחי הינה:**

$$pv = fv \times \frac{1}{(1+i)^n}$$

תרגילים במקדם ערך נוכחי

שאלה ראשונה

חברה מעוניינת להשקיע בסכום כסף היום, על מנת שבעוד 5 שנים יהיה לה 100,000 ₪, הריבית בשוק הינה 8%, מהו סכום הכסף שעל החברה להשקיע היום?

שאלה שנייה

חשב את הערך הנוכחי של 20,000 שיתקבלו בעוד 5 שנים, אם ידוע ששערי הריבית הם:

בשנה הראשונה 8% ריבית.

בשנה השנייה 9% ריבית.

בשנה השלישית 7% ריבית

בשנה הרביעית 10% ריבית.

בשנה החמישית 11% ריבית.

שאלה שלישית

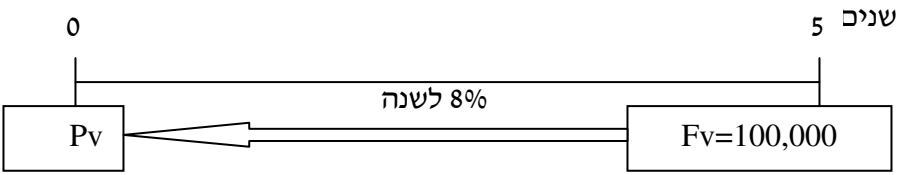
חברה השקיעה בפרויקט למשך 6 שנים, פרויקט זה אמור לתרום לחברה 20,000 ₪ בשנה הראשונה, 30,000 ₪ בשנה השנייה, 40,000 ₪ בשנה השלישית, 50,000 ₪ בשנה הרביעית, 60,000 ₪ בשנה החמישית ו – 70,000 1 ₪ בשנה השישית.

מהו הערך הנוכחי של זרם התקבולים הצפויים מהפרויקט בשער היוון של 12%?

פתרון תרגילים במקדם ערך נוכחי

שאלה ראשונה

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



דרך א':

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 0.681 ולכן הסכום תצטרך להפקיד היום הינו:

$$pv = 100,000 * 0.681 = 68,100$$

דרך ב':

נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי:

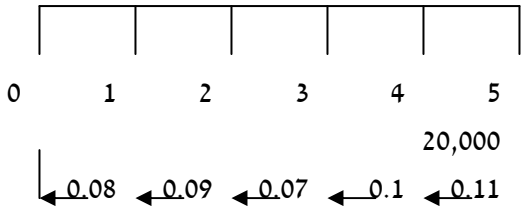
$$pv = fv \times \frac{1}{(1+i)^n} = 100,000 \times \frac{1}{(1+0.08)^5} = 68,058$$

השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

הפירמה תצטרך לשלם היום 68,058 ₪ על מנת לקבל בעוד 5 שנים 100,000 ₪ בריבית של 8% שנתית.

<u>שאלה שנייה</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



כאשר הסכום מועבר משנה לשנה יש להוסיף לריבית 1 (לפי הנוסחא של מקדם ערך עתידי).

<u>דרך א':</u>

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי אנו יכולים לראות המקדמים הרלבנטיים עבור כל שנה (נסתכל בשנה אחת עם הריבית הרלבנטית):

ריבית	מקדם ערך נוכחי לשנה
8%	0.926
9%	0.917
7%	0.935
10%	0.909
11%	0.901

כעת נכפיל את המקדמים השנתיים בערך העתידי וכך נהוון את הסכום להיום:

$$pv = 20{,}000 \times 0.926 \times 0.917 \times 0.935 \times 0.909 \times 0.901 = 13{,}6005$$

<u>דרך ב':</u>

נמצא את הערך הנוכחי של הפיקדון באמצעות נוסחת מקדם ערך נוכחי:

$$pv = fv \times \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$20{,}000 \times \frac{1}{(1+0.08) \times (1+0.09) \times (1+0.07) \times (1+0.1) \times (1+0.11)} = 13{,}004$$

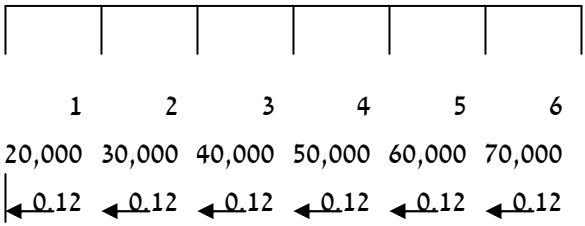
את הסכום העברנו משנה לשנה ולא רשמנו שום דבר חזקה הואיל ומדבור בשנה אחת, כלומר יש לרשום בחזקה 1.

השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

<u>הערך הנוכחי של 20,000 בעוד 5 שנים הינו 13,004</u>

<u>שאלה שלישית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



כאשר הסכום מועבר משנה לשנה יש להוסיף לריבית 1 (לפי הנוסחא של מקדם ערך עתידי).

מאחר וסכום התקבול משתנה משנה לשנה על מנת לחשב ערך נוכחי עלינו לחשב בנפרד ערך נוכחי של כל אחד מהתקבולים ובסופו של דבר נחבר בין כל תוצאות.

<u>דרך א':</u>

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו משתנה משנה לשנה, המקדמים הרלבנטיים עבורנו הם:

מספר שנים לצבירת ריבית 12%	מקדם ערך נוכחי
1	0.893
2	0.797
3	0.712
4	0.636
5	0.567
6	0.507

כעת נכפיל את המקדמים השנתיים בערך העתידי וכך נהוון את הסכום להיום:

$$pv = 20{,}000 \times 0.893 + 30{,}000 \times 0.797 + 40{,}000 \times 0.712 + 50{,}000 \times 0.636 + 60{,}000 \times 0.567 + 70{,}000 \times 0.507 = 171{,}560$$

<u>דרך ב'</u>:

נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי:

$$pv = fv \times \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$pv = 20{,}000 \times \frac{1}{(1+0.12)^1} + 30{,}000 \times \frac{1}{(1+0.12)^2} + 40{,}000 \times \frac{1}{(1+0.12)^3} +$$

$$50{,}000 \times \frac{1}{(1+0.12)^4} + 60{,}000 \times \frac{1}{(1+0.12)^5} + 70{,}000 \times \frac{1}{(1+0.12)^6}$$

$$pv = 17{,}857 + 23{,}916 + 28{,}471 + 31{,}776 + 34{,}046 + 35{,}464 = 171{,}530$$

השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

<u>הפירמה תצטרך להשקיע היום 171,530 על מנת לקבל את זרם התשלומים העתידי שנתון בשאלה.</u>

מקדם ערך נוכחי סדרתי

במקרה של ערך נוכחי סדרתי קיימת סדרה של תקבולים בסכום קבוע המתקבלים ומהווים, כלומר מחושבים מסוף תקופת הסדרה (n תקופות) לשוויים בתחילתם.
השימוש בערך הנוכחי הסדרתי מתבצע על קבוצה של תזרימי מזומנים זהים המתקבלים בכל תקופה קבועה למשך מספר תקופות ידועות (זו למעשה הרחבה של מקדם ערך נוכחי).

בשנה הראשונה הסכום שיתקבל יהיה ל- n תקופות : $1 \times \frac{1}{(1+i)^n}$

אם נקבל בשנה לאחר מכן אותו סכום : $1 \times \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$

בשנה לאחר מכן : $1 \times \frac{1}{(1+i)^{n-2}}$

ולכן הנוסחא לחישוב מקדם ערך נוכחי סדרתי הינה:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

כלומר זוהי נוסחא של מקדם ערך נוכחי סדרתי, מציאת ערך נוכחי של סדרת תקבולים עתידיים זהים.

הנוסחא לחישוב ערך נוכחי סדרתי כאשר הפקדה בסוף תקופה:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

זוהי אותה נוסחא שראינו למקרה כללי (בעמוד הקודם).

הנוסחא לחישוב ערך נוכחי סדרתי כאשר הפקדה בתחילת תקופה:

$$pva = A \times (1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

הנחה: במידה ולא רשום שהתשלום/תקבול משתלם/מתקבל בתחילת התקופה אנו נניח אוטומטית שהוא משתלם/מתקבל בסוף התקופה.

תרגילים במקדם ערך נוכחי סידרתי

שאלה ראשונה

חברה מעוניינת להפקיד בתום כל שנה 1,000 ₪ למשך 4 שנים בתוכנית חיסכון, הריבית על הפיקדון הינה 8% שנתית, מהו הערך הנוכחי של ההפקדות?

שאלה שנייה

חברה מעוניינת להפקיד בתחילת כל שנה 1,000 ₪ ההפקדה תעשה למשך 4 שנים בתוכנית חיסכון, הריבית על הפיקדון הינה 8% שנתית, מהו הערך הנוכחי של ההפקדות?

שאלה שלישית

בבואך לרכוש מוצר חדש המוכר מציע לך 2 חלופות:

1. תשלום במזומן בעלות של 30,000 ₪.
2. 5 תשלומים שנתיים שווים בריבית של 10% לשנה, מהו התשלום השנתי שהפירמה מציעה ללקוח?

שאלה רביעית

לפירמה מוצע מוצר בשתי אפשרויות תשלום האפשרות הראשונה היא במזומן בסכום של 64,177 ₪, והאפשרות השנייה היא ב – 10 תשלומים שווים, כל תשלום יהיה בסך של 10,000 ₪.
מהי הריבית שמשלמת הפירמה (בהנחה ששתי האלטרנטיבות שקולות האחת לשנייה)?

שאלה חמישית

זכית בפרס בסך של 2,500,000 ₪. בהנחה שאתה מעוניין בתקבולים קבועים של 50,000 ₪ לחודש בכמה שנים תוכל ליהנות מפרס זה אם ידוע שהריבית החודשית הינה 0.5%?

שאלה שישית

כדי לסלק חוב של 200,000 ₪ יש לשלם X ₪ במשך 5 שנים וסכום של 3X במשך 7 שנים נוספות, הנח שהתשלומים מבוצעים בסוף כל שנה ושיעור הריבית השנתית שדורש בעל החוד הינו 8%, מהו X?

שאלה שביעית

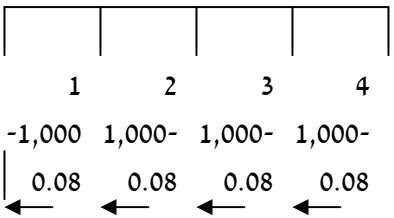
פלוני היום בן 55, הוא מתכוון לפרוש לגמלאות בגיל 65, פלוני מעוניין לחסוך בהפקדות חודשיות חסכון לפנסיה, הוא מעוניין לקבל בפנסיה 7,000 ₪ לחודש במשך 15 שנים.

שער הריבית החודשית של פלוני הוא 1%, מהו הסכום הקבוע שעל פלוני לחסוך בסוף כל שנה על מנת שיהיה לו מספיק כסף בגיל הפנסיה?

<u>פתרון תרגילים במקדם ערך נוכחי סידרתי</u>

<u>שאלה ראשונה</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



כאשר הסכום מועבר משנה לשנה יש להוסיף לריבית 1 (לפי הנוסחא של מקדם ערך עתידי).

<u>דרך א':</u>

מאחר וההפקדות נעשות בסוף השנה את כל הסכומים יש להוון להיום, הסכום שמופקד בשנה הראשונה מהוון שנה אחורה, ההפקדה השנייה מהוונת שנתיים אחורנית, ההפקדה השלישית מהוונת 3 שנים אחרונה וההפקדה האחרונה מהוונת 4 שנים אחרונה ולכן:

$$pv = 1{,}000\frac{1}{(1+0.08)^1} + 1{,}000\frac{1}{(1+0.08)^2} + 1{,}000\frac{1}{(1+0.08)^3} + 1{,}000\frac{1}{(1+0.08)^4}$$

$$pv = 3{,}312$$

דרך ב׳:

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי סדרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 3.312 ולכן הסכום שהחברה תקבל בתום התקופה יהיה:

Pv = 1,000 *3.312 = 3,312

דרך ג׳:

נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי סידרתי:

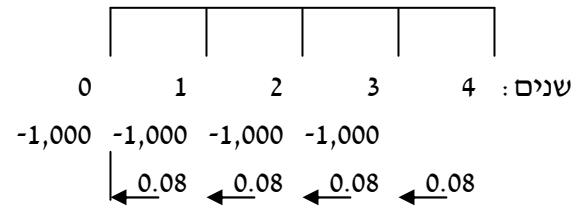
$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$pva = 1{,}000 \times \frac{(1+0.08)^4 - 1}{0.08 \times (1+0.08)^4} = 3{,}312$$

הסכום הנוכחי של ההפקדות הינו 3,312 ₪.

שאלה שנייה

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



כאשר הסכום מועבר משנה לשנה יש להוסיף לריבית 1 (לפי הנוסחא של מקדם ערך עתידי).

דרך א׳:

מאחר וההפקדות נעשות בתחילת השנה את כל הסכומים יש להוון להיום, הסכום שמופקד היום אין צורך להוון אותו, הסכום שמופקד בשנה הראשונה מהוון שנה אחורה, ההפקדה השלישית מהוונת שנתיים אחורנית, ההפקדה השלישית מהוונת 3 שנים אחרונה ולכן:

$$pv = 1{,}000 + 1{,}000\frac{1}{(1+0.08)^1} + 1{,}000\frac{1}{(1+0.08)^2} + 1{,}000\frac{1}{(1+0.08)^3}$$

$$pv = 3{,}577$$

דרך ב׳:

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי סדרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 3.312, בנוסף הואיל ומדובר על תחילת תקופה יש להכפיל את התוצאה בריבית ולכן הסכום שהחברה תקבל בתום התקופה יהיה:

$$Pv = 1{,}000*(1+0.08)*3.312 = 3{,}577$$

דרך ג׳:

נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי סידרתי:

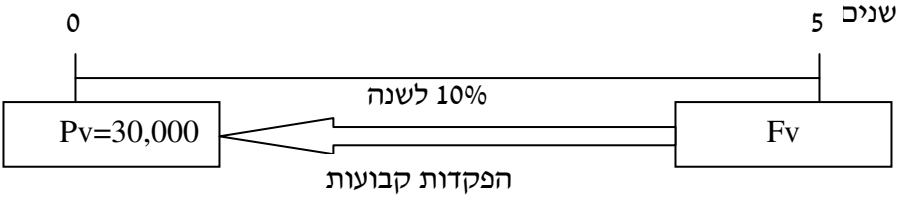
$$pva = A \times (1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$pva = 1{,}000 \times (1+0.08) \times \frac{(1+0.08)^4 - 1}{0.08 \times (1+0.08)^4} = 3{,}577$$

הסכום הנוכחי של ההפקדות הינו 3,577 ₪.

<u>שאלה שלישית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



<u>דרך א':</u>

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי סידרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 3.791 ולכן הסכום תצטרך להפקיד היום הינו:

$$pva = \frac{30,000}{3.791} = 7,913$$

<u>דרך ב':</u>

נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי סידרתי:

$$pva = A \times \frac{(1+I)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$30,000 = A \times \frac{(1+0.1)^5 - 1}{0.1 \times (1+0.1)^5}$$

$$30,000 = A \times 3.7907$$

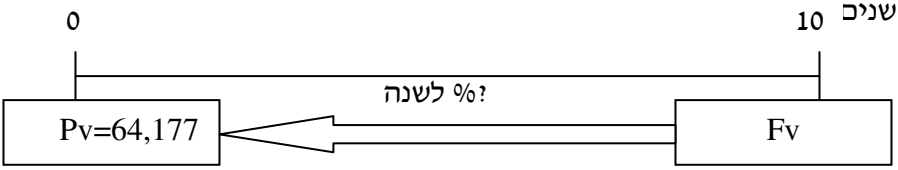
$$A = \frac{30,000}{3.7907} = 7,914$$

השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

<u>הפירמה תצטרך לשלם במשך 5 שנים 7,914 ₪ על מנת לשלם תשלום השווה היום ל – 30,000 ₪ בריבית של 10%.</u>

<u>שאלה רביעית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



הפקדות קבועות של 10,000 ₪

נפתור את השאלה באמצעות הנוסחא לחישוב ערך נוכחי סידרתי אשר הנעלם בה הוא הריבית, ידוע לנו שמחיר המוצר היום הוא 64,177 ₪ ואנו מעוניינים שהפירמה תשלם ב – 10 תשלומים שווים סכום של 10,000 ₪ כל תשלום:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$64{,}177 = 10{,}000 \frac{(1+i)^{10} - 1}{i \times (1+i)^{10}}$$

$$\frac{64{,}177}{10{,}000} = 6.4177 = \frac{(1+i)^{10} - 1}{i \times (1+i)^{10}}$$

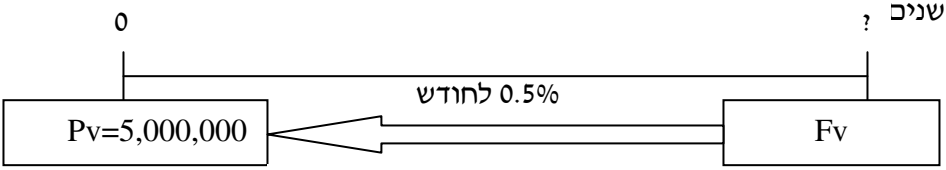
לאחר שמצאנו את המקדם נפנה ללוח ההיוון של מקדם ערך נוכחי סידרתי ונחפש את הקירוב לספרה 6.4177, את החיפוש נעשה בשורה של 10 שנים, העמודה המתאימה היא בקירוב:

$i = 9$

<u>הריבית אשר מוצעת בהלוואה של המוצר הינה 9% לשנה.</u>

<u>שאלה חמישית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



נפתור את השאלה באמצעות הנוסחא לחישוב ערך נוכחי סידרתי אשר הנעלם בה הוא מספר החודשים (בהמשך נהפוך זאת לשנים), ידוע לנו שזכינו היום בסכום של 2,500,000 ₪ ואנו מעוניינים לקבל תקבול חודשי של 50,000 ₪, ידוע בנוסף שהריבית החודשית הינה 0.5%:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$2{,}500{,}000 = 50{,}000 \times \frac{(1+0.005)^n - 1}{0.005 \times (1+0.005)^n}$$

$$\frac{2{,}500{,}000}{50{,}000} = 50 = \frac{(1+0.005)^n - 1}{0.005 \times (1+0.005)^n}$$

בשלב זה לא נפנה למקדם ערך נוכחי סידרתי הואיל ולא נוכל למצוא ריבית של 0.5% וכן מספר התקופות גדול יחסית על מנת לפנות את התרגיל ביתר קלות ניעזר ב – log, על מנת לעשות זאת נפשט מעט את הנוסחא:

$$50 \times 0.005 \times (1+0.005)^n = (1+0.005)^n - 1 \,\big|\, : (1+0.005)^n$$

$$50 \times 0.005 = 1 - \frac{1}{(1+0.005)^n}$$

$$\frac{1}{(1+0.005)^n} = 1 - 0.25$$

$$\frac{1}{(1+0.005)^n} = \frac{3}{4}$$

$$4 = 3 \times (1+0.005)^n$$

$$\frac{4}{3} = (1+0.005)^n$$

ולפי חוקים logים:

$$\log\frac{4}{3} = n\log(1+0.005)$$

$$n = \frac{\log\frac{4}{3}}{\log 1.005} = 57.68$$

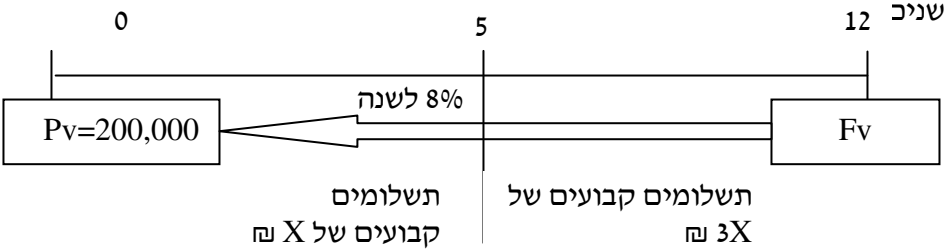
$$\frac{57.68}{12} = 4.8$$

אותו אדם יקבל שכר במשך 57.68 חודשים שהם מהווים שנים, כלומר 4 שנים ו 9.5 חודשים.

<u>האדם שזכה בפרס יקבל שכר חודשי של 50,000 ₪ במשך 4 שנים ו – 9 חודשים בקירוב.</u>

<u>שאלה שישית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



<u>ראשית</u> נהוון את תזרימי המזומנים מהשנים 5 – 12 לסוף השנה החמישית באמצעות הנוסחא לחישוב ערך נוכחי סידרתי ידוע לנו שההפקדות השנתיות הן 3X ₪ למשך 7 שנים וידוע בנוסף שהריבית השנתית הינה 8%:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$pva = 3X \times \frac{(1+0.08)^7 - 1}{0.08 \times (1+0.08)^7}$$

$$pva = 3X \times 5.206 = 15.618X$$

נציין שאת מקדם ההיוון 5.206 יכולנו גם לראות בלוח ההיוון של מקדם ערך נוכחי סידרתי.

כעת נהוון את הסכום שקיבלנו להיום, כלומר נעזר בנוסחא למקדם ערך נוכחי כאשר הסכום להיוון הוא $15.618X$ הריבית הינה 8% ועלינו להוון 5 שנים:

$$pv = fv \times \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$pv = 15.618X \times \frac{1}{(1+0.08)^5} = 15.618 \times 0.681 = 10.636X$$

נציין שאת הסכום שקיבלנו 0.681 יכולנו לראות בלוח היוון של מקדם ערך נוכחי עם ריבית של 8% ל – 5 שנים.

<u>שנית</u> נהוון את תזרימי המזומנים מהשנים 0 – 5 להיום באמצעות הנוסחא לחישוב ערך נוכחי סידרתי ידוע לנו שההפקדות השנתיות הן X ₪ למשך 5 שנים וידוע בנוסף שהריבית השנתית הינה 8%:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$pva = X \times \frac{(1+0.08)^5 - 1}{0.08 \times (1+0.08)^5}$$

$$pva = X \times 3.993 = 3.993X$$

נציין שאת מקדם ההיוון 3.993 יכולנו גם לראות בלוח ההיוון של מקדם ערך נוכחי סידרתי.

כעת עלינו לחבר את התוצאות שקיבלנו במונחי היום ולהשוות אותם לערך הכסף היום:

$$200{,}000 = 10.636X + 3.993X$$

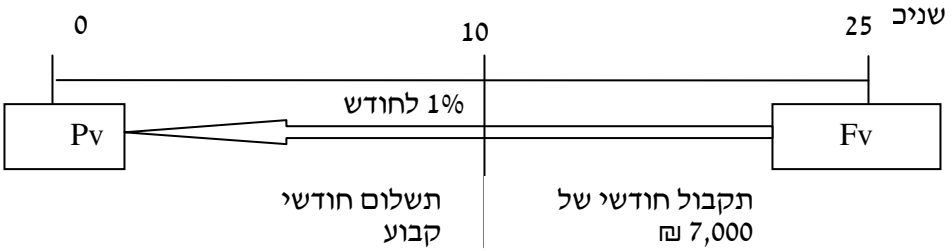
$$200{,}000 = 14.629X$$

$$X = \frac{200{,}000}{14.629} = 13{,}671$$

<u>על מנת לשלם את החוב היום של 200,000 ₪ האדם ישלם ב – 5 שנים הראשונות הוא בקירוב 13,671 ₪ ובשבעת השנים הנוספות הוא בקירוב 41,014 ₪ (=3X).</u>

<u>שאלה שביעית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



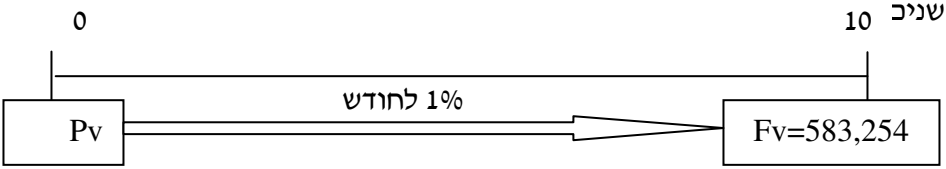
עלינו תחילה למצוא את שווי הסכום שיש לחסוך עד תחילת הפנסיה, נפתור את השאלה באמצעות הנוסחא לחישוב ערך נוכחי סידרתי ידוע לנו שפלוני מעוניין בתקבול חודשי קבוע של 7,000 ₪ למשך 15 שנים כלומר מספר התקופות הן 180, ידוע בנוסף שהריבית החודשית הינה 1% :

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$pva = 7{,}000 \times \frac{(1+0.01)^{180} - 1}{0.01 \times (1+0.01)^{180}}$$

$$pva = 7{,}000 \times 83.322 = 583{,}254$$

החלק בציר הזמן שנותר לנו לחשב הוא :



תשלום חודשי קבוע

במידה ופלוני היה מושך את כספו ביציאתו לפנסיה היה ברשותו 583,254 ₪, כעת נחשב באמצעות הנוסחא לערך עתידי סידרתי את ההפקדה החודשית שפלוני צריך להפקיד על מנת להגיע לסכום של 583,254 ₪ לאחר 10 שנים כלומר 120 הפקדות הריבית של 1% :

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$583{,}254 = A \times \frac{(1+0.01)^{120} - 1}{0.01}$$

$$A = \frac{583{,}254}{230.039} = 2{,}535$$

על מנת שפלוני יקבל במשך 15 שנים תקבולים של 7,000 ₪ לחודש עליו להפקיד במשך 10 שנים 2,535 ₪ לחודש.

הקשר בין ערך עתידי לערך נוכחי וריבית

הערך הנוכחי של סכום עתידי המתקבל בתום מספר קצוב של תקופות כאשר הוא מהוון בשער היוון מסוים הוא הסכום שיש להשקיע היום, על מנת לקבל בתום אותן מספר תקופות את הערך העתידי הנתון.
קשר זה קיים הן בסכומים חד פעמיים והן בזרמי מזומנים המועברים מההווה לעתיד ולהיפך.

ערך עתידי וריבית:
ישנו יחס ישר בין תקופות צבירת הריבית לבין הערך העתידי, כלומר ככל שגדל מספר תקופות הצבירה כן גדל הערך העתידי של התזרים.

ההשקעה הראשונית צומחת וגדלה מהר יותר ככל שהריבית גבוהה יותר.

ערך נוכחי וריבית:
ישנו יחס הפוך בין תקופות צבירת הריבית לבין הערך הנוכחי, כלומר ככל שגדל מספר תקופות הצבירה קטן הערך הנוכחי של התזרים.

ההשקעה הראשונית הולכת וקטנה מהר יותר ככל שהריבית גבוהה יותר.

מסקנה: ישנו קשר הפוך בין הערך הנוכחי לבין הערך העתידי, הן בנוסחאות והן בהתייחסות הריבית

נראה את בצורה פורמאלית את הקשר בין מקדם ערך עתידי סידרתי ובין מקדם ערך נוכחי סידרתי:

$$\begin{cases} (1)\ pva = A \times \dfrac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n} \\ (2)\ fva = A \times \dfrac{(1+i)^n - 1}{i} \end{cases}$$

$$(2)\ \frac{i \times fva}{(1+i)^n - 1} = A$$

נציב תוצאה זו במשוואה (1):

$$pva = \frac{i \times fva}{(1+i)^n - 1} \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$pva = \frac{fva}{(1+i)^n}$$

קיבלנו את הנוסחא לערך נוכחי, כלומר הואיל והתקבולים/תשלומים לאורך התקופות זהה בהשוואה בין הנוסחאות זה מצטמצם ומקבלים את הקשר בין הערך העתידי לנוכחי.

ניתן להראות את אותו הקשר גם אם נשתמש בנוסחאות לתחילת תקופה שהרי החלק $(1+i)$ אשר מופיע ב – 2 הנוסחאות יצטמצם.

סדרה אין סופית

מדובר בסדרה שהזמן כרגע אינו מוגבל, עד כה עסקנו בסדרות שידענו מה הטווח שלהם, בסדרה אין סופית יש סדרה של תקבולים שמתקבלים לאין סוף תקופות. למעשה יש לנו כאן הרחבה של הערך הנוכחי הסדרתי, שהמטרה היא מציאת ערך נוכחי, כלומר כמה שווה לי היום התקבולים האין סופיים.

נוסחא לחישוב ערך נוכחי של סידרה אינסופית הינו, הפקדה בסוף תקופה:

$$pvp = pmt \times \frac{1}{i}$$

Pmt – הסכום שמקבלים/משלמים באופן קבוע.

i – ריבית לתקופה.

קיימת הנחה סמויה בנוסחא והיא שההפקדות/תשלומים הם בסוף תקופה במידה ומדובר על הפקדות/תשלומים בתחילת תקופה יש להשתמש בנוסחא הבאה:

$$pvp = pmt \times \frac{1}{i} + pmt$$

הנחה: במידה ולא רשום שהתשלום/תקבול משתלם/מתקבל בתחילת התקופה אנו נניח אוטומטית שהוא משתלם/מתקבל בסוף התקופה.

תרגילים בסדרה אין סופית

שאלה ראשונה

חברה מעוניינת להשקיע בפרויקט שיניב לה מהיום ולנצח תקבול מסוים, סכום ההשקעה היום הינו 50,000 ₪, ידוע שמחיר ההון של החברה הינו 10%, באילו מהמקרים הבאים כדאי לפירמה להשקיע בפרויקט:

1. החברה תקבל בכל שנה 3,000 ₪.
2. החברה תקבל בכל שנה 5,000 ₪.
3. החברה תקבל בכל שנה 10,000 ₪.

שאלה שנייה

אדם רכש דירה באמצעות משכנתא, בתנאי המשכנתא סיכם כי ישלם כל חודש למשך 25 שנה סכום של 3,000 ₪, מהו הערך הנוכחי של זרם התשלומים במידה ושער ההיוון הוא 1%?

שאלה שלישית

חברה מעוניינת להשקיע בפרויקט, הפרויקט צפוי להניב 30,000 ₪ בסוף כל שנה למשך 10 שנים ולאחר מכן 15,000 ₪ בסוף כל שנה עד אינסוף הנח ששער הריבית היא 7%.

מהו הסכום המקסימאלי שהחברה תשלם עבור הפרויקט?

שאלה רביעית

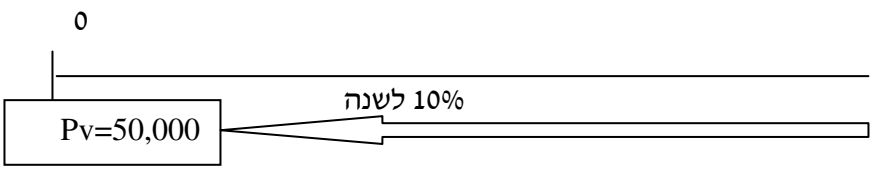
מהו הערך הנוכחי של תשלום החודשי הקבוע בסך של 7,000 ₪ שמשתלם מהיום ועד אינסוף בהנחה שהריבית החודשית הינה 8%?

פתרון תרגילים בסדרה אין סופית

שאלה ראשונה

תחילה נשרטט את ציר הזמן:

שנים:



תקבול שנתי קבוע לנצח

על מנת להחליט האם כדאי לפירמה להשקיע היום 50,000 ₪ בפרויקט שיניב תקבולים קבועים לנצח עלינו לבדוק מה הערך הנוכחי של התקבולים העתידיים ולכן נעזר בנוסחא של ערך נוכחי של סידרה אינסופית:

1. במקרה בו החברה תקבל 3,000 ₪ כל שנה:

$$pvp = 3{,}000 \times \frac{1}{0.1} = 30{,}000$$

במקרה בו החברה תקבל כל שנה לנצח 3,000 ₪ מהפרויקט לא כדאי לחברה להשקיע בפרויקט הואיל וערכו הנוכחי הוא 30,000 ₪ ואילו

החברה השקיעה 50,000 ₪, כלומר החברה תהיה בהפסד מהפרויקט בסך של 20,000 ₪.

2. במקרה בו החברה תקבל 5,000 ₪ כל שנה:

$$pvp = 5{,}000 \times \frac{1}{0.1} = 50{,}000$$

במקרה בו החברה תקבל כל שנה לנצח 5,000 ₪ מהפרויקט החברה אדישה בין להשקיע בפרויקט לבין לא להשקיע בפרויקט, הואיל וערכו הנוכחי הוא 50,000 ₪ ואילו החברה השקיעה 50,000 ₪, כלומר החברה לא תהיה ברווח ולא תהיה בהפסד עקב ההשקעה בפרויקט.

3. במקרה בו החברה תקבל 10,000 ₪ כל שנה:

$$pvp = 10{,}000 \times \frac{1}{0.1} = 100{,}000$$

במקרה בו החברה תקבל כל שנה לנצח 10,000 ₪ מהפרויקט כדאי לחברה להשקיע בפרויקט הואיל וערכו הנוכחי הוא 100,000 ₪ ואילו החברה השקיעה 50,000 ₪, כלומר החברה תהיה ברווח מהפרויקט בסך של 50,000 ₪.

<u>שאלה שנייה</u>

תחילה נחשב את מספר החודשים שהאדם צריך לשלם בעבור המשכנתא:

$n = 12*25=300$

בעבור הדירה האדם משלם 300חודשים, לכאורה מדובר על תקופה סופית אך הואיל ולוחות ההיוון שלנו הם עד 120 תקופות אנו נשתמש בפתרון בנוסחא לחישוב ערך נוכחי אין סופי והוא יהווה פתרון קירוב מספיק טוב:

$$pvp = 3{,}000 \times \frac{1}{0.01} = 300{,}000$$

במידה והיינו מחשבים את התרגיל באמצעות מקדם ערך נוכחי סידרתי היינו מקבלים תוצאה קרובה למה שקיבלנו נראה זאת כעת, ידוע לנו שתשלומי המשכנתא כוללים תשלום חודשי קבוע של 3,000 ₪ למשך 300 חודשים, ידוע בנוסף שהריבית החודשית הינה 1%:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$pva = 3{,}000 \times \frac{(1+0.01)^{300} - 1}{0.01 \times (1+0.01)^{300}}$$

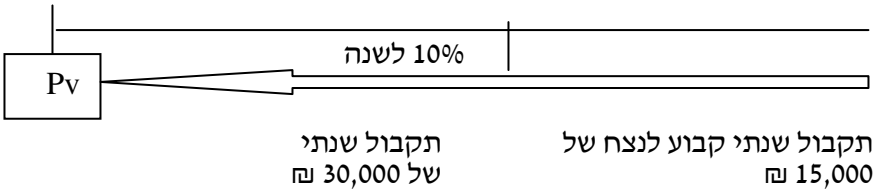
$$pva = 3{,}000 \times 94.946 = 248{,}838$$

<u>הערך הנוכחי של המשכנתא הינו 248,838 ₪ אך באופן גס ניתן לומר שמדובר על 300,000 ₪.</u>

<u>שאלה שלישית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:

שנים: 0 10



אנו מעוניינים להוון את כל התקבולים להיום על מנת לראות מה שווי מקסימום ההשקעה.

ראשית נחשב את השווי של התקבולים האין סופיים של 15,000 לשנה, ידוע שהריבית השנתית הינה 7% ולכן:

$$pvp = pmt \times \frac{1}{i}$$

$$pvp = \frac{15,000}{0.07} = 214,286$$

בתחילת השנה העשירית השווי של התקבול האינסופי השנתי הוא 214,286.

נהוון סכום זה להיום באמצעות 2 דרכים:

<u>דרך א':</u>

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 0.508 ולכן הסכום תצטרך להפקיד היום הינו:

$$pv = 214,286 \times 0.508 = 108,857$$

<u>דרך ב':</u>

נחשב את הערך הנוכחי באמצעות הנוסחא למקדם ערך נוכחי, כלומר 214,286 ₪ זהו הערך העתידי בעוד 10 שנים והריבית הינה 7% לשנה:

$$pv = fv \times \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$pv = \frac{214{,}286}{(1+0.07)^{10}} = 108{,}932$$

השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

שווי התקבולים האינסופיים היום הוא 108,932 ₪.

כעת נחשב את שווי התקבול השנתי במהלך עשרת השנים הראשונות באמצעות 2 דרכים:

<u>דרך א':</u>

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי סידרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 7.024 ולכן הסכום תצטרך להפקיד היום הינו:

$$pv = 30{,}000 \times 7.024 = 210{,}720$$

<u>דרך ב':</u>

נחשב את הערך הנוכחי באמצעות נוסחא למקדם ערך נוכחי סידרתי, כלומר 30,000 ₪ זהו התקבול השנתי למשך 10 שנים והריבית הינה 7% לשנה:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$pva = 30{,}000 \times \frac{(1+0.07)^{10} - 1}{0.07 \times (1+0.07)^{10}}$$

$$pva = 3{,}000 \times 7.0235 = 210{,}707$$

השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

השווי של התקבולים במהלך עשרת השנים הראשונות הוא 210,707 ₪.
כעת על מנת לבחון מהי ההשקעה המקסימאלית בפרויקט עלינו לחבר את שווי התקבולים העתידיים במונחי היום:

$$pv = 108{,}932 + 210{,}707 = 319{,}639$$

סכום ההשקעה המקסימאלי בפרויקט שמניב 30,000 למשך 10 שנים ולאחר מכן 15,000 ש"ח לנצח הוא 319,639 ₪.

<u>שאלה רביעית</u>

הואיל ומדובר על תשלום חודשי שמשתלם מהיום עלינו להפחית מחישוב הערך הנוכחי את התשלום:

$$pvp = -pmt \times \frac{1}{i} - pmt$$

$$pvp = -\frac{7{,}000}{0.08} - 7000 = -94{,}500$$

כמובן שאת כל החישובים ניתן לעשות בערך מוחלט אך בסופו של דבר לציין שמדובר על תשלום.

<u>הערך הנוכחי של סדרת תשלומים חודשיים אינסופיים הוא 94,500 ₪.</u>

מקדם החזר הון

מקדם החזר הון הינו הסכום הקבוע שניתן לקבל או לשלם כל תקופה במשך מספר תקופות מכל יחידה אחת של מטבע שנמצאת ברשותנו עכשיו.

נוסחא לחישוב מקדם החזר הון:

$$\frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

מקדם החזר ההון הינו אחד חלקי מקדם ערך נוכחי סידרתי.

ריביות

ריבית הינה מחיר הכסף שהתקבל כהלוואה או כאשראי, להלן מספר הגדרות של ריביות שונות:

ריבית קבועה – הינה ריבית שלא תלויה במדד.

ריבית דריבית – הינה ריבית שנצברה בסוף התקופה, מושקעת בקרן ובתקופה שלאחר מכן נחשבת לחלק מהקרן בחישוב הריבית.

$(1+i)^n$

ריבית פשוטה – הינה ריבית שלא מצטברת בסוף התקופה ואיננה מושקעת בקרן, בתקופה שלאחר מכן לא מחושב עליה ריבית אלא רק על הקרן.

ריבית ממוצעת כאשר הריבית משתנה – ניתן להשתמש בנוסחא הבאה על מנת למצוא את הריבית הממוצעת כאשר הריבית משתנה:

$$\bar{i} = \sqrt[n]{(1+i_1)\times(1+i_2).....\times(1+i_{n)}} - 1$$

ריבית אפקטיבית

הריבית האפקטיבית הינה הריבית האמיתית המשולמת על הלוואה או המתקבלת בפיקדון תוך התחשבות במועדי חיוב הריבית ובעלויות נוספות המתווספות, כלומר, זו הריבית האמיתית שבפועל משולמת/מתקבלת.

חישוב ריבית חודשית אפקטיבית המתאימה לשער ריבית שנתי נקוב תובעת להביא בחשבון את סכום הריבית המתווסף לקרן בתום כל חודש.

לדוגמא: אם הריבית השנתית בהלוואה מסוימת הינה 15% וריבית זו מחויבת פעמיים בשנה, דהיינו 7.5% כל חצי שנה, לווה שמקבל שקל 1 בתנאים אלו, יצטרך להחזיר 1.155625 ₪ בעוד שנה, החישוב הזה בעצם מתבסס על מקדם ערך עתידי כפי שנלמד בעבר:

$$1 \times (1 + 0.075)^2 = 1.155625$$

סכום החזר ההלוואה בהלוואה בה הריבית השנתית היא 15% והריבית מחושבת פעמיים בשנה, הריבית האפקטיבית היא 15.56%, באופן כללי, הריבית האפקטיבית השנתית מחושבת בהתאם למספר הפעמים שהיא מחויבת במהלך השנה, **והנוסחא הריבית אפקטיבית הינה**:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

r – ריבית אפקטיבית שנתית.

i – ריבית נומינלית שנתית.

n – מספר התקופות.

במידה הריבית השנתית הנומינאלית היא 15% והיא מחויבת פעמיים בשנה, מה תהא הריבית השנתית האפקטיבית?

$$r = \left(1 + \frac{0.15}{2}\right)^2 - 1 = 0.155625$$

ככל שמספר הפעמים שתחויב הריבית בשנה (כלומר ה- n גדול יותר), תהא הריבית האפקטיבית (r) גבוהה מהריבית הנומינאלית (i).

ככל שמספר הפעמים שתחויב הריבית בשנה גדול יותר תהיה התוספת השולית קטנה יותר.

כאשר הריבית האפקטיבית בחישוב שנתי מחושבת לתקופה של יותר משנה נכפול את מספר הפעמים שתחויב הריבית בשנה במספר השנים. כלומר הנוסחא לחישוב הריבית תהיה:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{n \times m} - 1$$

r – ריבית אפקטיבית שנתית.

n – מספר תקופות בשנה.

m – מספר שנים.

i – ריבית לתקופה.

ריבית נומינאלית

ריבית נומינאלית היא הריבית המוגדרת או הריבית הנקובה/פשוטה בהלוואה או בפיקדון.

<u>לדוגמא</u>**:** אם הריבית השנתית הפיקדון מסוים הינה 20% תהיה הריבית הנומינאלית?
20% וזאת ללא קשר למספר הפעמים בהן תחויב ריבית זו במשך השנה.

עד כה עשינו חישוב מהריבית הנומינאלית לריבית האפקטיבית, כעת נעשה את החישוב מהריבית האפקטיבית לריבית הנומינאלית לתקופה, הנוסחא היא:

$$i = \sqrt[n]{1+r} - 1 = (1+r)^{\frac{1}{n}} - 1$$

- במקרה שבו בנוסף להלוואה קיימות עמלות, יש לקחת בחישוב הריבית האפקטיבית את תדירות החישוב, מועדי החישוב וכן את העמלות הנלוות.
כאשר אנו נדרשים לשלם בנוסף לריבית הנקובה גם עמלות כלשהן אז שוב מופרת הזהות בין הריבית הנקובה לריבית האפקטיבית,

הואיל וסכום הקרן עליו מחושבת הריבית גבוה מסכום הקרן שהתקבל בפועל.

הפעולות שיש לעשות כאשר העמלה נלקחת מראש:

1. חישוב התשלומים שיש להחזיר ללא העמלה, כלומר על ידי מקדם ערך נוכחי סידרתי לתשלום מחזורי לא ידוע לפי הריבית התקופות ומשווים לסך ההלוואה (שידועה לנו).

2. את התשלום החודשי שקיבלנו צריך להכפיל במקדם ערך נוכחי סידרתי לא ידוע (תקופה ידועה וריבית לא ידועה), ולהשוותו לסכום שקיבלנו בהלוואה לאחר הורדת העמלה, מתוך משוואה זו נקבל את הריבית הלא ידועה.

נוסחא לחישוב ריבית אפקטיבית כשיש עמלה בתחילת התקופה:

$$r = \frac{(1+i)^n}{x} - 1$$

i – ריבית נומינלית לתקופה.

x – האחוז שנשאר מהקרן לאחר העמלה.

r – ריבית אפקטיבית שנתית.

הנחה: במידה ואין מידע נוסף על הריבית (מעבר לעובדה שהיא נתונה), אנו נתייחס אליה כאל ריבית נומינלית.

ריבית ריאלית

ריבית ריאלית הינה ריבית נומינלית בניכוי עליית המחירים שהייתה במהלך התקופה, אחד הכלים להשוואה בשינויים ברמת המחירים הוא מדד המחירים לצרכן, אותו מדד מורכב מסל מוצרים האופייני למשפחה ממוצעת ובתוכו מזון, ביגוד, דיור ועוד.
המדד מאפשר לנו להבחין בין הערך הנומינאלי של סל המוצרים והשירותים בתקופה מסוימת לבין הערך הריאלי של הסל בשנה אחרת.

<u>מדד המחירים לצרכן</u> עוקב אחר השינויים במחירו של סל מוצרים מסוים, שהמצרכים בו נקבעו על ידי הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה.
בחישוב הריבית הריאלית נחשב את היחס שבין הריבית הנומינאלית לבין עלית המחירים שהייתה בתקופה.

<u>המפקיד קיבל ריבית במונחים של כוח קנייה</u>, **ריבית זו נקראת הריבית הריאלית:**

$$R = \frac{(1+i)}{(1+p)} - 1$$

R – שיעור ריבית ריאלית.

i – ריבית נומינלית לתקופה.

P – שיעור השינוי של המחירים.

מדד ואינפלציה

המדד מאפשר להשוות ערך נומינאלי שנתי לערך ריאלי שנתי.

בחישוב המדד עלינו להכפיל את ערך המדד החדש חלקי ערך מדד הבסיס:

$$P = \frac{\text{מדד יעד}}{\text{מדד בסיס}}$$

כאשר יש לנו ריבית קבועה (שלא תלויה במדד), אנו יכולים להשוות אותה לריבית שתלויה במדד מתוכה לחלץ את שווי המדד.

אם אנו רוצה להגיע לריבית הנומינאלית דרך בסיס הריבית הריאלית ועלית המחירים, **הנוסחא תהא, נוסחת פישר**:

$$i = (1+R)\times(1+p)-1$$

פיתוח הנוסחא ייתן לנו אפשרות לחשב את שיעור שינוי המחירים:

$$p = \frac{(1+i)}{(1+R)} - 1$$

אנו מעוניינים למצוא ריבית ריאלית, על מנת שנוכל לחשב תרגילים שיש בהם ריבית והצמדה.

ההבדל בין הריבית הריאלית לריבית הנומינאלית זו האינפלציה

(אינפלציה שנתית +1) * (ריבית ריאלית +1) = (ריבית נומינאלית + 1)

<u>לדוגמא</u>: כיום האינפלציה השנתית היא 10%, הבנקים מציעים הלוואות צמודות בריבית של 5%, או הלוואות לא צמודות בריבית נומינאלית של 15.5%.

$$i = (1+R)\times(1+p)-1$$
$$i = (1+0.05)\times(1+0.1)-1 = 15.5$$

הבנק מציע מתוך 2 האופציות האלו יש 3 סוגים של הלוואות ל- 10 שנים:

1. הלוואה צמודה 5% + אינפלציה (הלוואה זו היא הלוואה צמודה לפי ריבית ריאלית ואינפלציה).
2. הלוואה של 15.5% (לפי ריבית נומינאלית).
3. ריבית נומינאלית שמשתנה בהתאם לתנאי השוק.

אינפלציה שוחקת את הערך הנוכחי של תשלומי ההחזר העתידיים הנובעים מההלוואה, ריבית צמודה (אופציה ב'), על הלוואות מגנה על הבנק בתנאי אינפלציה על ידי כך שהיא יוצרת סדרה של תשלומים ריאליים קבועים.

לווה הצופה עליה בשיעור האינפלציה יעדיף ריבית קבועה, כלומר לא צמודה ולכן לא משתנה לפי תנאי השוק, כך בעצם ההחזר שלו לבנק נשחק (הוא מרוויח והבנק מפסיד).

לווה הצופה ירידה בשיעור האינפלציה יעדיף ריבית משתנה (אופציה ב'), על מנת שההחזר הריאלי על ההלוואה לא יגדל.

לווה יבחר הלוואות שונות בהתאם לציפיות שונות.

בתנאים של שינוי אינפלציה, המשקיע אדיש בין ההלוואה הצמודה לבין ההלוואה שתשתנה בהתאם לתנאי השוק, זאת משום שההלוואה משתנה לפי האינפלציה. ההלוואה השנייה עדיפה כאשר האינפלציה עולה מעל 10%, מפני שאם נשווה את הריבית הקבועה לריאלית, הריבית הריאלית בסופו של דבר תהיה גבוה יותר, כאשר האינפלציה יורדת מתחת ל – 10% המשקיע יעדיף את הריבית הצמודה הראשונה.

תרגילים בריביות

שאלה ראשונה

מהי הריבית השנתית האפקטיבית להלוואה לשנה כשהריבית הנקובה השנתית הינה 14% והריבית מחושבת כל חודש?

שאלה שנייה

מהי הריבית השנתית האפקטיבית להלוואה לשנה ב – 1% ריבית לחודש (הריבית מחושבת כל חודש)?

שאלה שלישית

הריבית הנקובה הינה 30% שנתית, מהי הריבית האפקטיבית השנתית במקרים הבאים:

1. הריבית מחושבת כל חצי שנה.
2. הריבית מחושבת כל רבעון.
3. הריבית מחושבת כל חודש.

שאלה רביעית

לחברה מוצעת הלוואה בריבית נומינלית של 40% לשנה התשלום על הריבית הוא מדי רבעון, לחלופין מציע לך הבנק הלוואה בריבית של 47% לשנה כשהתשלום הוא בסוף השנה, באיזו חלופה תבחר החברה?

שאלה חמישית

ידוע שהריבית האפקטיבית על הלוואה הינה 20% לשנה, מהי הריבית הנומינלית החודשית על הלוואה זו?

שאלה שישית

ברבעון הקרוב (שלושה חודשים), צפויה עליית מדד של 1% לחודש, הבנק מוכן לתת הלוואות ללא הצמדה בתנאי שיקבל תשואה ריאלית של 1% לרבעון (מעל לעליית המדד).

1. מהו שער הריבית האפקטיבית לשנה?
2. מהו שער הריבית הנומינלית לשנה?

שאלה שביעית

אדם לוקח הלוואה בסכום של 5,000 ₪ למשך 4 שנים, ההחזר החודשי הקבוע הוא 319.49 ₪, מהי הריבית הנומינלית השנתית הנגבית בהלוואה?

פתרון תרגילים בריביות

שאלה ראשונה

על מנת לפתור שאלה זו נעזר בנוסחא לחישוב ריבית אפקטיבית:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = \left(1 + \frac{0.14}{12}\right)^{12} - 1 = 0.1493$$

הריבית השנתית האפקטיבית הינה 14.93% לחודש.

שאלה שנייה

על מנת לפתור שאלה זו נעזר בנוסחא לחישוב ריבית אפקטיבית:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1 = (1 + 0.01)^{12} - 1 = 0.1268$$

הריבית השנתית האפקטיבית הינה 12.68% לשנה.

שאלה שלישית

1. כאשר הריבית מחושבת כל חצי שנה נבצע את החישוב הבא:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = \left(1 + \frac{0.3}{2}\right)^2 - 1 = 0.3225$$

הריבית השנתית האפקטיבית הינה 32.25% לשנה.

2. כאשר הריבית מחושבת כל רבעון נבצע את החישוב הבא:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = \left(1 + \frac{0.3}{4}\right)^4 - 1 = 0.3355$$

הריבית השנתית האפקטיבית הינה 33.55% לשנה.

3. כאשר הריבית מחושבת כל חודש נבצע את החישוב הבא:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = \left(1 + \frac{0.3}{12}\right)^{12} - 1 = 0.3449$$

<u>הריבית השנתית האפקטיבית הינה 34.49% לשנה.</u>

<u>שאלה רביעית</u>

אנו מעוניינים ששתי הריבית תהיינה רשומות כריבית אפקטיבית שנתית:

1. במקרה בו הריבית הנומינלית היא 40%, הריבית מחושבת כל רבעון ולכן:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = \left(1 + \frac{0.4}{4}\right)^4 - 1 = 0.4641$$

<u>הריבית השנתית האפקטיבית הינה 46.41% לשנה.</u>

2. <u>במקרה בו הריבית הינה 47% זוהי הריבית האפקטיבית לשנה.</u>

הואיל והריבית האפקטיבית במקרה הראשון נמוכה יותר 46.41% - ריבית שנתית החברה תבחר בחלופה זו, נציין שבהלוואה חברה תעדיף את הריבית הנמוכה ביותר (בניגוד לפיקדון).

שאלה חמישית

על מנת לפתור שאלה זו נעזר בנוסחא:

$$i = \sqrt[n]{1+r} - 1$$
$$i = \sqrt[12]{1+0.2} - 1 = 0.0153$$

הריבית הנומינלית הינה 1.53% לחודש.

שאלה שישית

בבואנו לפתור שאלה זו עלינו תחילה לחשב את עליית המדד לרבעון הואיל והתשואה הריאלית נתונה לנו כתשואה רבעונית (צריך להגיע בכל המדדים לאותה תקופה), בהנחה שכל חודש המדד יעלה ב – 1% לאחר 3 חודשים יצטבר:

$$p = (1+0.01) \times (1+0.01) \times (1+0.01) = (1.01)^3 = 1.030301$$

כלומר לאחר רבעון שיעור עליית המדד יהיה 3.03%

כעת נמצא את הריבית הנומינלית הרבעונית:

$$i = (1+r) \times (1+p) - 1 = (1+0.01) \times (1+0.0303) - 1 = 0.0406$$

מכאן ניתן לענות על שני סעיפי השאלה:

1. שער הריבית האפקטיבית הינו:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$
$$r = (1+0.0406)^4 - 1 = 0.1725$$

שער הריבית האפקטיבית הינו 17.25% לשנה.

2. שער הריבית הנומינלית הינו:

$$i = 0.0406 * 4 = 0.1624$$

שער הריבית הנומינלית הינו 16.24% לשנה.

שאלה שביעית

תחילה נשרטט את ציר הזמן:

תקבולים קבועים של 319.49 ₪

נפתור את השאלה באמצעות הנוסחא לחישוב ערך נוכחי סידרתי אשר הנעלם בה הוא הריבית, הריבית שנקבל זוהי הריבית האמיתית החודשית שהיא שווה הן לריבית האפקטיבית והן לריבית הנומינלית הואיל והריבית האפקטיבית איננה מחושבת בתוך תקופת החודש, ידוע לנו שסכום ההלוואה היום הוא 5,000 ₪ יש להחזיר את ההלוואה כל חודש במשך 4 שנים כלומר 48 חודשים (4*12=48) התשלום שיש להחזיר כל חודש הוא 319.49 ₪:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$5{,}000 = 319.49 \frac{(1+i)^{48} - 1}{i \times (1+i)^{48}}$$

$$\frac{5{,}000}{319.49} = 15.649 = \frac{(1+i)^{48} - 1}{i \times (1+i)^{48}}$$

לאחר שמצאנו את המקדם נפנה ללוח ההיוון של מקדם ערך נוכחי סידרתי ונחפש את הקירוב לספרה 15.649, את החיפוש נעשה בשורה של 50 חודשים (אין 48 בלוח היוון), העמודה המתאימה היא בקירוב:

$i = 6$

הריבית החודשית האפקטיבית והנומינלית הינה 6% ולכן הריבית הנומינלית השנתית הינה:

$$i = 0.06 * 12 = 0.72$$

<u>הריבית אשר מוצעת בהלוואה של המוצר הינה 72% לשנה.</u>

הערכת כדאיות השקעות

להלן מספר מונחים (לפי סדר א'-ב'):

הוצאות שקועות – הוצאות לצורך השגת נתונים לבדיקת כדאיות השקעה, הוצאות אלו אין להוסיף לעלויות ההשקעה הואיל ונוסיף אותם בכל מקרה גם אם נבחר להשקיע וגם אם לא.
אם לצורך השגת הנתונים בוצע סקר מקדים ממנו הושגו הערכות לגבי התזרים, כלומר הכנסות והוצאות, הסקר הזה ייחשב הוצאה שקועה (כלומר הוצאה שלא תיכנס בבחינת כדאיות ההשקעות כי זו הוצאה שבכל מקרה היינו עושים, גם אם נמשיך בהשקעה וגם אם לא).

השקעה קונבנציונאלית – השקעה שתזרים המזומנים הצפוי בעתיד מחליף סימן פעם אחת בלבד.
פרויקט קונבנציונאלי הינו פרויקט המאופיין בתקופה אחת או יותר של הוצאות או תקבולים המקדימים תקופה אחת או יותר של תקבולים או הוצאות בהתאמה.

השקעה לא קונבנציונאלית – השקעה שתזרים המזומנים שלה מחליף סימן יותר מפעם אחת, כלומר, פעם אחת הוא יהיה חיובי ופעם אחרת הוא יהיה שלילי, כלומר מחליף סימן לסירוגין.

מדד הרווחיות – היחס שבין הסכום של כל תזרים המזומנים הצפוי בעתיד בהשקעה לפי ערך נוכחי, לבין הערך המוחלט של התשלום בתקופה הנוכחית לביצוע השקעה (ההשקעה הראשונית).

<u>מחיר ההון של החברה</u> – הכוונה לעלות החלופית של ההון שהחברה מממנת בו את פעילותיה.
מחיר ההון הינו ממוצע משוכלל בין שער הריבית על ההלוואות שקיבלה לבין שיעור התשואה הנדרש על ידי בעלי המניות של החברה.

<u>תקופת החזר</u> – מספר התקופות שחולפות עד שתזרימי המזומנים של ההשקעה מצטברים לסכום שיכסה את ההוצאה הראשונית שלה.

תקופת ההחזר היא למעשה מדד למשך הזמן הצפוי עד אשר ההשקעה תחזיר את עצמה.

<u>לדוגמא</u>:

תקופה	0	1	2	3	4	5
תקבול/תשלום	-800	350	300	100	70	200

מה זמן ההחזר? כלומר, מהי תקופת הזמן אשר ההשקעה תחזיר את עצמה?
אנחנו רואים כי בסוף ארבע תקופות, הואיל ובתום התקופה הרביעית תזרים המזומנים המצטבר הוא יותר מאפס.
במידה ובתקופה הרביעית התקבול היה יותר מ- 70 תקופת ההחזר עדיין הייתה בתום ארבע תקופות.

מתקופת ההחזר מתעוררות מספר בעיות:

1. הבעיה העיקרית היא שתקופת ההחזר מתעלמת מתזרים המזומנים לאחר תקופת ההחזר, נתון שיכול להיות מאוד משמעותי לחברה.

2. תקופת החזר ההון מתעלמת מהעיתוי של תזרים המזומנים בתוך תקופת ההחזר, במידה והיינו מקבלים בתקופה הראשונה 70, בתקופה השנייה 100, בתקופה השלישית 300 ובתקופה הרביעית 350 עדיין תקופת ההחזר הייתה התקופה הרביעית אך ניתן לראות שיש הבדל גדול בין השניים.

3. תקופת ההחזר מתעלמת מערך הזמן של הכסף (היוון).

ערך נוכחי נקי (ע.נ.נ) Net Present Value – NPV

ערך נוכחי נקי הינו קריטריון להערכת השקעות שהינו הסכום של כל התקבולים וכל התשלומים הצפויים במשך חיי השקעה בערכם הנוכחי, כלומר, כל התשלומים מהווים במחיר ההון של החברה.
אנו מעבירים כל תקבול וכל תשלום בחיי ההשקעה למונחים נוכחים.

משמעות הע.נ.נ הוא כמה ירוויח המשקיע במונחים נוכחיים אם הוא ישקיע בהשקעה בהשוואה למצב בה לא ישקיע.

<u>על בסיס קריטריון ערך נוכחי נקי אנחנו מסיקים שלוש מסקנות</u>:

1. בהשקעה שהערך הנוכחי הנקי שלה הוא חיובי כדאי להשקיע.
2. בהשקעה שהערך הנוכחי הנקי שלה הוא שלילי לא כדאי להשקיע.
3. בהשקעה שהערך הנוכחי הנקי שלה הוא אפס אנחנו אדישים לגבי ההשקעה.

השקעה לא כדאית 0> ערך נוכחי נקי >0 השקעה כדאית

כלל ההחלטה הגורס שארגון עסקי צריך לבצע פרויקטים שיש להם ע.נ.נ חיובי ולדחות אלו שיש להם ע.נ.נ שלילי נובע ישירות מההנחה שהארגון העסקי פועל על מנת להשיא את ערך השוק של המניות הרגילות, מאחר ובתנאי וודאות מחירי כל הנכסים לרבות מניות רגילות נקבעים באמצעות זרם מזומנים המהוון שלהם.

נוסחא של ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

CF = התקבול או התשלום בעוד t תקופות.

t = תקופות (חודשים, רבעונים, שנים).

n = מספר התקופות של תוכנית ההשקעה.

i = מחיר ההון של החברה.

כאשר התזרים מזומנים המתקבל/משתלם בכל שנה שווה, שימוש בנוסחא של ע.נ.נ יהיה שווה לשימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי סידרתי, כאשר התזרים איננו שווה בין השנים שימוש בנוסחא של ע.נ.נ יהיה שווה לסכום הנוסחא של ערך נוכחי.

כאשר משווים בין שתי חלופות יש לבחור בחלופה בעלת הע.נ.נ הגבוה, הואיל והערך הנוכחי הנקי הוא ערך ההשקעה במונחים של היום, כאשר מהוונים את שתי ההשקעות להיום הע.נ.נ הגבוה יותר מבטא את הערך הכספי הגבוה יותר של החלופה.

השקעה הינה פעילות הכרוכה בוויתור על כספים בתקופה נוכחית ו/או בתקופה קרובה מתוך כוונה לקבל כספים או לחסוך תשלומים בעתיד. לצורך הערכת כדאיות ההשקעות יש צורך לאמוד את תזרים המזומנים התוספתי (זו ההשקעה בניכוי ההכנסה שתהיה, אם לדוגמא החברה משקיעה

100 ₪ אבל חוסכת בעקבות ההשקעה 300 ₪ , לתזרים יתווסף 200 ₪) הצפוי מההשקעה, למעשה, לצורך בדיקת כדאיות ההשקעות אנו צריכים למדוד את השינוי בתזרים המזומנים של החברה כתוצאה מביצוע ההשקעה ובהתייחס למחיר ההון.

בתזרים המזומנים אנחנו מכניסים הוצאות והכנסות שהיו בפועל, כלומר, אם הייתה לי הוצאה של פחת שכביכול מקטינה את ההפסד זה לא ייכנס לתזרים המזומנים.

<u>סיכום כללי ההחלטה לפי קריטריון הע.נ.נ:</u>

ככל שהערך הנוכחי הנקי גדול יותר ההשקעה כדאית יותר.

$N.P.V>0$ – ההשקעה כדאית.

$N.P.V<0$ – ההשקעה לא כדאית.

$N.P.V=0$ – המשקיע אדיש בין לבחור בהשקעה או לא

תרגילים בערך נוכחי נקי (ע.נ.נ) NPV

שאלה ראשונה

למשקיע מוצע להשקיע בפרויקט הבא:

שנה	0	1	2	3	4	5	6
תשלום/תקבול	-40	13	20	15	7	18	20

מחיר ההון הוא 15%, מהו הערך הנוכחי הנקי של ההשקעה?

שאלה שנייה

למשקיע מוצע הפרויקט הבא:

שנה	0	1	2	3	4	5
תשלום/תקבול	-100,000	20,000	10,000	50,000	X	40,000

מה צריך להיות גודלו של תזרים המזומנים בשנה הרביעית כדי שהפרויקט יהיה כדאי עבור משקיע בעל מחיר הון של 10%?

שאלה שלישית

למשקיע הוצעה ההשקעה הבאה:

שנה	0	1	2	3	4	5
תשלום/תקבול	-20,000	4,000	X	8,000	9,000	9,000

ידוע שעבור מחיר הון של 9%, ע.נ.נ התזרים הינו 7,123.

מהו ערכו של התקבול בתקופה השנייה?

<u>שאלה רביעית</u>

חשב את הערך הנוכחי הנקי של התזרים הבא:

שנה	0	1	2	3	4	5	6	7
תשלום/תקבול	-100	-200	300	500	600	520	400	650

ידוע שמחירי ההון הינם:

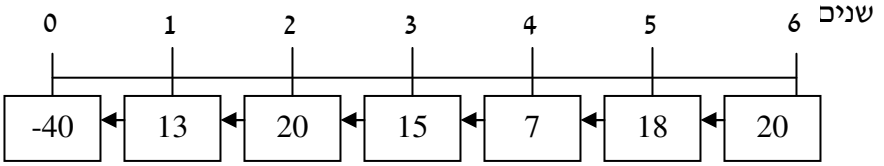
בעבור 4 השנים הראשונות מחיר ההון הינו 5%.

בעבור 3 השנים הנותרות מחיר ההון הינו 6%.

פתרון תרגילים בערך נוכחי נקי (ע.נ.נ) NPV

שאלה ראשונה

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



15% לשנה

כעת נציב את תזרים המוזמנים בנוסחא של ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -40 + \frac{13}{(1.15)^1} + \frac{20}{(1+15)^2} + \frac{15}{(1+15)^3} + \frac{7}{(1+15)^4} + \frac{18}{(1+15)^5}$$

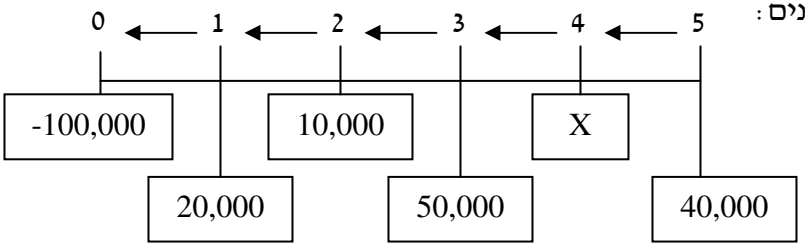
$$+ \frac{20}{(1+15)^6} = 17.8879$$

<u>הערך הנוכחי הנקי של ההשקעה הינו 17.8879 ₪.</u>

<u>שאלה שנייה</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:

שנים:



10% לשנה

על מנת לענות על השאלה נמצא את ערך הנוכחי הנקי של תזרים המזומנים בלי התקבול בשנה הרביעית, במידה והתוצאה תהיה שלילית יהיה צורך בתקבול בשנה הרביעית:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -100{,}000 + \frac{20{,}000}{(1.1)^1} + \frac{10{,}000}{(1+1)^2} + \frac{50{,}000}{(1+1)^3} + \frac{40{,}000}{(1+1)^5} = -11{,}151.126$$

הואיל והע.נ.נ יוצא שלילי אנו נזדקק לתזרים חיובי בשנה הרביעית, התזרים המינימאלי שיגרום למשקיע להשקיע בפרויקט הינו:

$$-11{,}151.126 + \frac{x_4}{(1.1)^4} \geq 0$$

$$\frac{x_4}{(1.1)^4} \geq 11{,}151.26$$

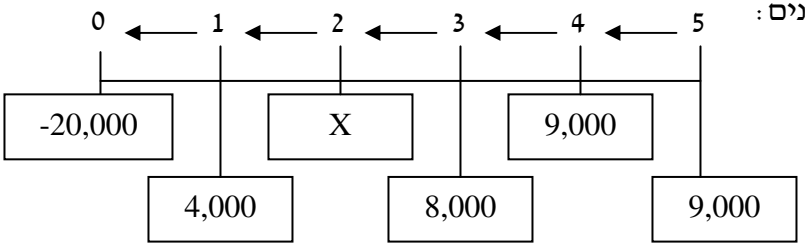
$$x_4 \geq 16{,}326.36$$

רק במידה והתזרים בשנה הרביעית יהיה גדול מ – 16,326.36 ₪ יהיה כדאי למשקיע להשקיע בפרויקט במידה וזה יהיה בדיוק הסכום המשקיע יהיה אדיש בין השקעה בפרויקט או לא.

שאלה שלישית

תחילה נשרטט את ציר הזמן:

שנים:



9% לשנה

על מנת לענות על שאלה זו נציב את תזרים המזומנים בנוסחא של ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$7,123 = -20,000 + \frac{4,000}{(1.09)^1} + \frac{x_2}{(1.09)^2} + \frac{8,000}{(1.09)^3} + \frac{9,000}{(1.09)^4} + \frac{9,000}{(1.09)^5}$$

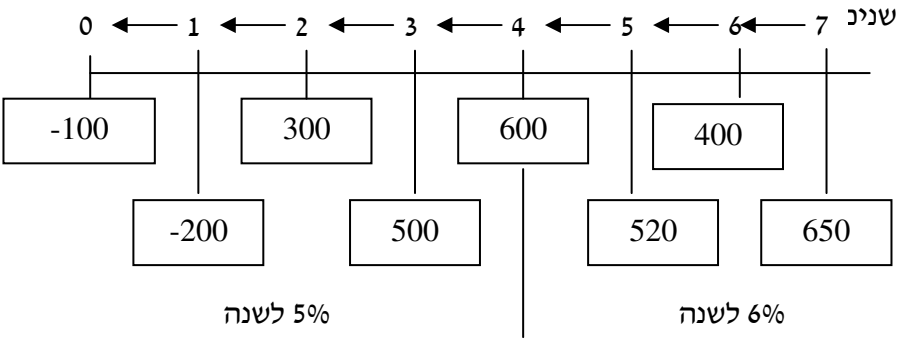
$$5,050.598 = \frac{x_2}{(1.09)^2}$$

$$x_2 = 5,050.5 \times (1.09)^2 = 6,000$$

התקבול בשנה השנייה הינו 6,000 ₪.

<u>שאלה רביעית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



הואיל ומחיר ההון איננו אחיד בכל השנים עלינו להוון כל סכום לפי מכפלת הריבות אשר היו קיימות החל מזמן 0 ועד מועד קבלת התקבול, נראה את החישוב ב – 2 דרכים:

דרך א׳:

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו משתנה משנה לשנה, המקדמים הרלבנטיים עבורנו הם:

מספר שנים לצבירת ריבית 5%	מקדם ערך נוכחי
1	0.952
2	0.907
3	0.864
4	0.823

מספר שנים לצבירת ריבית 6%	מקדם ערך נוכחי
1	0.943
2	0.89
3	0.84

כעת נכפיל את המקדמים השנתיים בערך העתידי וכך נהוון את הסכום להיום, עלינו לשים לב באיזה מקדמים אנו מכפילים לדוגמא, התזרים משנה שביעית צובר 3 שנים ריבית של 6% ו – 4 שנים של ריבית 5%:

$$N.P.V = -100 - 200 \times 0.952 + 300 \times 0.907 + 500 \times 0.864 + 600 \times 0.823 +$$
$$520 \times 0.823 \times 0.943 + 400 \times 0.823 \times 0.89 + 650 \times 0.823 \times 0.84$$
$$NPV = -100 - 190.4 + 272.1 + 432 + 493.8 + 403.566 + 293 + 449.358$$
$$N.P.V = 2{,}053$$

דרך ב׳:

נציב את הנתונים בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי לפי התקופה שהתזרים צובר ריבית:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -100 + \frac{-200}{(1.05)^1} + \frac{300}{(1.05)^2} + \frac{500}{(1.05)^3} + \frac{600}{(1.05)^4} + \frac{520}{(1.05)^4 \times (1.06)^1} +$$

$$\frac{400}{(1.05)^4 \times (1.06)^2} + \frac{650}{(1.05)^4 \times (1.06)^3}$$

$$N.P.V = -100 - 190.476 + 272.109 + 431.918 + 493.621 + 403.589 + 29288$$

$$+ 448991 = 2,052632$$

שווי הערך הנוכחי הנקי של תזרים המזומנים הוא 2,053 ₪.

שיעור תשואה פנימי (ש.ת.פ) IRR –

Internal Rate of Return

שיעור תשואה פנימי הינו מחיר ההון שבו הערך נוכחי הנקי של ההשקעה שווה לאפס (קריטריון השת"פ מתייחס להשקעות קונבנציונאליות, כלומר השקעות שלאורך תקופת חיי ההשקעה הם לא מחליפות סימן, כלומר תזרים המזומנים כל הזמן שלילי או כל הזמן חיובי).

על בסיס הקריטריון שהערך הנוכחי הנקי יהיה שווה לאפס:

1. אם מחיר ההון של המשקיע קטן משיעור התשואה הפנימי של ההשקעה – ההשקעה כדאית.
2. אם מחיר ההון של המשקיע גדול משיעור התשואה הפנימי – ההשקעה איננה כדאית.
3. אם מחיר ההון שווה לשיעור התשואה הפנימית – המשקיע אדיש אם להשקיע או לא להשקיע.

בפרויקטים קונבנציונאליים כמובן שיכול להיות מצב של פרויקטים ללא ש.ת.פ, במצב בו הע.נ.נ תמיד חיובי, כלומר בכל שער היוון ההשקעה כדאית.

מחיר ההון 0> ש.ת.פ >0 מחיר ההון

⇩ ⇩

השקעה לא כדאית

השקעה כדאית

ככל ששער ההיוון הולך וגדל עקומת הע.נ.נ הופכת למתונה יותר (שטוחה יותר) וכן שיעור התשואה הפנימי גדל.

הנוסחא לחישוב שיעור תשואה פנימי:

$$IRR = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t} = 0$$

CF = התקבול או התשלום בעוד t תקופות.

t = תקופות (חודשים, רבעונים, שנים).

n = מספר התקופות של תוכנית ההשקעה.

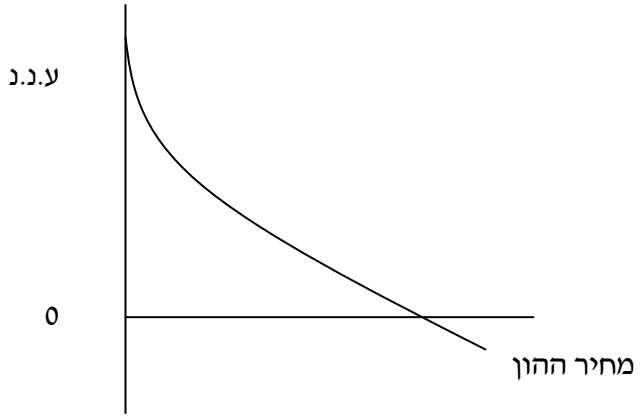
i = מחיר ההון של החברה.

<u>הואיל ובחזקות גבוהות קשה לפתור את הש.ת.פ ע"י הנוסחא אנו נשתמש בשיטת הניסוי והטעייה.</u>

כאשר תוכנית השקעה מוצעת למספר משקיעים שונים יש צורך לחשב את הע.נ.נ של ההשקעה לכל משקיע בנפרד, מכיוון שבד"כ לכל משקיע יש מחיר הון שונה.
ניתן למצוא מחיר הון גבולי אשר מעליו תוכנית ההשקעה איננה כדאית ומתחתיו היא כדאית, ולהשוות אותו למחיר ההון של המשקיעים, אנו יכולים לחסוך את חישוב הע.נ.נ בנפרד לכל משקיע לפי מחיר ההון שלו.

על מנת למצוא את מחיר ההון הגבולי של ההשקעה עלינו לחשב את הע.נ.נ במחירי הון שונים עד שנגיע למחיר ההון הנותן לנו ערך נוכחי נקי של אפס. מחיר ההון הגבולי שיימצא, הינו הש.ת.פ (שיעור תשואה פנימי), בעצם, אנחנו רואים כי הש.ת.פ הוא אותו ע.נ.נ שערכו שווה לאפס, ולכן אנו מחפשים למצוא את אותו מחיר הון (i) שיגרום לע.נ.נ להיות אפס.

נצייר זאת בגרף:



הגרף מראה לנו כי **קיים קשר הפוך בין הע.נ.נ למחיר ההון בהשקעה קונבנציונאלית**, ככל ששער הריבית (i) גבוה יותר ערך הע.נ.נ נמוך יותר. **בנקודה בה הערך הנוכחי הנקי שווה לאפס מתקבל שער ריבית שהוא הש.ת.פ של תוכנית ההשקעה.**

בהחלטה איזו השקעה קונבנציונאלית כדאית, יכולים להיווצר 2 מקרים:

1. השקעה אחת תמיד עדיפה מהשנייה – במקרה זה בהשקעה בה הע.נ.נ גבוה יותר יהיה גם שיעור תשואה פנימי גבוה יותר.

2. עדיפות ההשקעה תלויה במחיר ההון – אם נשרטט את שתי ההשקעות על גרף, הצירים יחתכו, כלומר ישנו תחום שהשקעה אחת עדיפה ותחום אחר שההשקעה השנייה עדיפה, במצב זה ניתן למצוא מחיר הון שיוצר אדישות בין 2 ההשקעות (חיתוך בין הצירים), ניתן למצוא נקודת חיתוך זו על ידי חיפוש השת"פ של התזרים ההפרשי (פרויקט אחד פחות הפרויקט השני).

ולכן **תוכנית שכדאית יותר לפי ע.נ.נ היא זו שתיבחר** ולא תוכנית שכדאית לפי שת"פ, גם במידה והתוצאות סותרות האחת את השנייה.

סיכום הקשר בין הש.ת.פ והע.נ.נ:

ש.ת.פ הינו ייחודי להשקעה ספציפית, לפיכך שיטת הע.נ.נ יותר מציאותית, ולכן היא זו שתקבע, כלומר, יכולה להיות סתירה בין תוצאות הע.נ.נ לתוצאות הש.ת.פ במקרים הבאים:

1. כאשר משך הזמן של תוכנית אחת שונה ממשך הזמן של תוכנית שנייה.
2. בתוכנית אחת גדלים התקבולים משנה לשנה ואילו בתוכנית השנייה הם קטנים משנה לשנה.
3. גודל ההשקעה הראשונית בשתי התוכניות שונה.

לא תמיד נוצרת סתירה בין הע.נ.נ לשת״פ, במקרים בהם אין סתירה הגרפים של שתי התוכניות יהיו מקבילים ולא ייחתכו בחלק החיובי של הגרף.

ש.ת.פ בהשקעות לא קונבנציונאליות:

בפרויקטים בלתי קונבנציונאליים יהיו שת"פים מרובים, יש יותר מש.ת.פ מעשי אחד וכן יכול להיווצר מצב שלא יהיה ש.ת.פ כלל וכלל (לא יהיה ש.ת.פ בעל ערך ממשי).

על מנת למצוא את השת"פים יש להעריך זרם מזומנים תוספתי, כלומר ההפרש נטו שנובע מתזרים המוזמנים העתידי.
נפתור את הבעיה על ידי שרטוט של משוואת התזרים ונראה באיזה ערכים כדאי לחברה לבצע את השקעה, נצטרך למצוא את אותו מחיר הון שיביא את המשוואה לאפס.

שיעורי ההיוון שנקבל הם גם בתוקף ההגדרה השת"פים של זרם המזומנים התוספתי שכן הם משווים את הע.נ.נ של שתי השקעות.
במידה ויתקבלו מספר שת"פים, עלינו להחליט מהו שיעור התשואה הנכון לצורך קבלת החלטה?

על מנת לבצע החלטה ניתן לשרטט על גרף את הפרויקט ההפרשי בין שתי השקעות ולראות באילו תחומים תהיה על השקעה כדאית.

את ההחלטה ניתן לבצע על ידי כלל הע.נ.נ לבדיקת הכדאיות, כלל הע.נ.נ יחלץ אותנו מהמכשול שיצר כלל השת"פ, כלומר, כאשר כלל השת"פ איננו ישים מטעמים טכניים (כמו בהשקעות לא קונבנציונאליות) נשתמש בכלל הע.נ.נ שהוא תמיד ישים.

סיכום הש.ת.פ קונבנציונאליים ובלתי קונבנציונאליים:

- לפרויקט קונבנציונאלי זרם מזומנים עם חילוף סימנים אחד, ואז יש לו שת״פ יחיד שיכול להיות חיובי, שלילי או אפס.

- לפרויקט לא קונבנציונאלי לזרם המזומנים יש יותר מחילוף סימן אחד, כלומר יכולים להיות שת״פים מרובים שהמקסימום שלהם זה מספר חילופי הסימן בהשקעה, יש פרויקטים לא קונבנציונאליים שהם ללא שת״פ ממשי.

- במקרה של שת״פים מרובים או של פרויקט ללא שת״פ, כלל ההחלטה לפי הש.ת.פ אינו ישים, ואז נבדוק את הפרויקט רק על פי הע.נ.נ .

תרגילים בשיעור תשואה פנימי (ש.ת.פ) IRR

שאלה ראשונה

השקעה של 30,000 ₪ מבטיחה הכנסה של 70,000 בעוד 15 שנה, מהו השיעור התשואה הפנימי של ההשקעה?

שאלה שנייה

מהו שיעור התשואה הפנימי של ההשקעה הבאה:

שנה	0	1	2
תשלום/תקבול	200-	120	150

שאלה שלישית

למשקיע הוצע הפרויקט הבא:

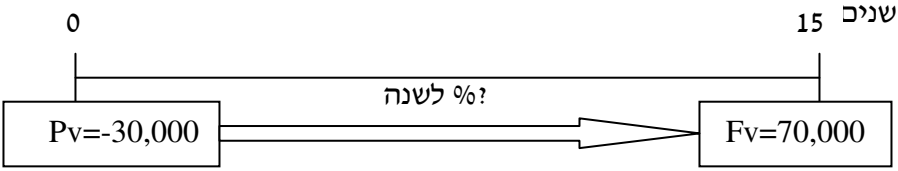
שנה	0	1	2	3	4
תשלום/תקבול	100	120	150	100-	400-

מהו התנאי שעל פיו יחליט המשקיע האם להשקיע בפרויקט זה?

פתרון תרגילים בשיעור תשואה פנימי (ש.ת.פ) IRR

שאלה ראשונה

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



דרך א':

על מנת לפתור זאת נעזר בנוסחא לחישוב ערך נוכחי נקי:

$$IRR = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t} = 0$$

$$-30{,}000 + \frac{70{,}000}{(1+IRR)^{15}} = 0$$

$$\frac{70{,}000}{30{,}000} = 2\frac{1}{3} = (1+IRR)^{15}$$

על מנת למצוא את שער הריבית נפנה לטבלת ההיוון של מקדם ערך עתידי נסתכל על שורה 15 (15 שנים) ניתן לראות בקירוב שהש.ת.פ יהיה בין 5% ל – 6%.

דרך ב׳:

נמשיך בפתרון האלגברי:

$$IRR = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t} = 0$$

$$-30{,}000 + \frac{70{,}000}{(1+IRR)^{15}} = 0$$

$$\frac{70{,}000}{30{,}000} = (1+IRR)^{15}$$

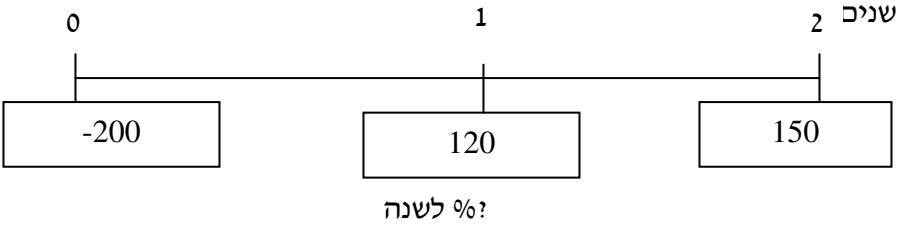
$$2\frac{1}{3} = (1+IRR)^{15} \Big|^{\frac{1}{15}}$$

$$IRR = \left(2\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{15}} - 1 = 0.0581$$

שיעור התשואה הפנימי של ההשקעה הינו 5.81%.

<u>שאלה שנייה</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



ניתן לנסות ולפתור את השאלה לפני ניסוי וטעייה אך אנו נפנה לדרך האלגברית:

$$IRR = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t} = 0$$

$$-200 + \frac{120}{(1+i)^1} + \frac{150}{(1+i)^2} = 0$$

על מנת שיהיה לנו יותר פשוט לפתור נסמן:

$$x = \frac{1}{(1+i)}$$

נמשיך בפתרון התרגיל:

$$-200 + 120x + 150x^2 = 0$$

$$150x^2 + 120x - 200 = 0$$

נעזר בנוסחא למציאת הXים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-120 \pm \sqrt{14{,}400 - 4 \times 150 \times (-200)}}{2 \times 150} = \frac{-120 \pm 366.606}{300}$$

$$x_1 = 0.822$$

$$x_1 = 0.822 = \frac{1}{(1 + i_1)}$$

$$0.822 + 0.822 i_1 = 1$$

$$i_1 = 0.2165$$

$$x_2 = -1.622$$

$$x_2 = -1.622 = \frac{1}{(1 + i_2)}$$

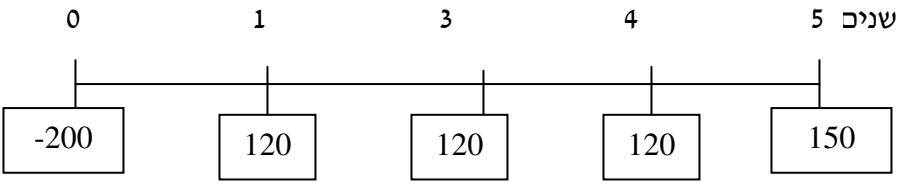
$$-1.622 - 1.622 i_2 = 1$$

$$i_2 = -1.6165$$

קיבלנו שתי אפשרויות לריביות למרות שמדובר בהשקעה קונבנציונאלית, מהריבית השלילית נתעלם ולכן השיעור תשואה של ההשקעה הינו 21.65%.

<u>שאלה שלישית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



?% לשנה

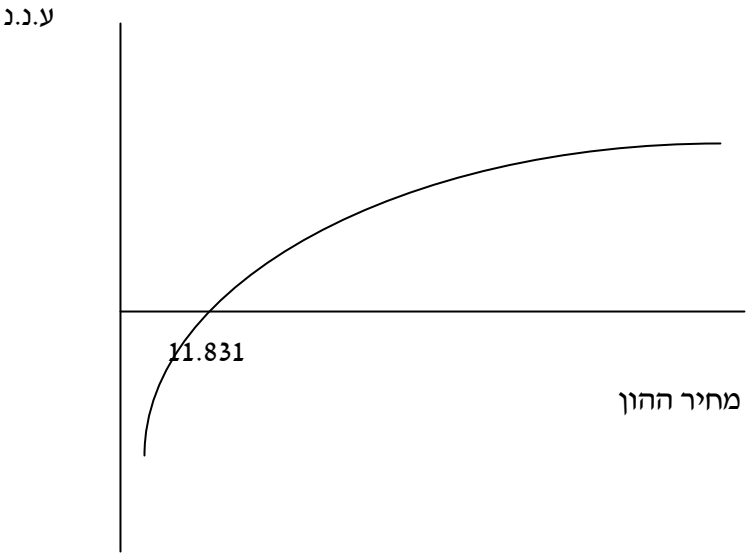
על פי כלל הש.ת.פ יש להשקיע בפרויקט במידה ומחיר ההון יהיה קטן או שווה לש.ת.פ, זהו התנאי בפרויקטים "רגיל" לענ.נ חיובי, אך במקרה שלנו מדובר על פרויקט "הפוך" כלומר התזרימים בהתחלה חיוביים ואחר כך שליליים ולכן התנאי צריך להתהפך גם כן, כלומר במידה ומחיר ההון גבוה מהש.ת.פ יש לקבל את הפרויקט, ניתן לחשב את הש.ת.פ למרות שזה לא הכרחי:

$$N.P.V:100+\frac{120}{(1+IRR)^1}+\frac{150}{(1+IRR)^2}+\frac{-100}{(1+IRR)^3}+\frac{-400}{(1+IRR)^4}=0$$

$$IRR=11.831$$

הפיתרון הוא על ידי ניסוי וטעייה.

נמחיש את הפיתרון על ידי גרף:



בחירה בין השקעות

השקעות בלתי תלויות – השקעות שתזרים המזומנים שלהם איננו תלוי ואיננו מושפע מקיומן של השקעות אחרות.
שתי השקעות בלתי תלויות הן השקעות שההכנסות, ההוצאות והרווחיות של אחת מהן בלתי תלויה בהכנסות ובהוצאות של ההשקעה השנייה.
במקרים אלו יש לבדוק כדאיות של כל השקעה בנפרד.

השקעות תלויות – השקעות שתזרים המזומנים הצפוי בהשקעה אחת מושפע מתזרים המזומנים של ההשקעה האחרת.
השקעות תלויות הם כאלו שקיימת השפעה בין השקעה להשקעה וזה יכול לקבל ביטוי באופן שלילי או חיובי.

לדוגמא: קיימים שני פרויקטים א' ו- ב', ייתכן שהשקעה ב- א' היא כדאית, וייתכן גם שהשקעה ב- ב' היא כדאית. במקרה כגון זה תיפגע ההשקעה ב- ב' אם נשקיע ב- א' מכיוון שההון הקיים אינו מספיק לשני הפרויקטים.
יכולים להיות לנו מספר מקרים במצב הזה:

1. להשקיע ב- א'.
2. להשקיע ב- ב'.
3. לא להשקיע לא ב- א' ולא ב- ב'.
4. להשקיע בשניהם.

כמובן אם פרויקט אחד תלוי בפרויקט השני, יש לבדוק את כל המצבים הללו ולראות איפה יהיה לנו ע.נ.נ גבוה יותר.

יכול להיות שכל אחת מההשקעות האלו היא כדאית בנפרד, אולם לא כדאי לעשות את שתיהן ביחד ואנחנו נצטרך לבחור בין החלופות.

<u>השקעות המוציאות זו את זו</u> – השקעה שביצוע אחת מהן מונע את ביצוע ההשקעה השנייה.
<u>אם נעשה את א' זה ימנע מהחברה את האפשרות לעשות את ב'.</u>
למשל, אם חברה משקיעה בשטח א' על ידי בניית מגדל עליו היא לא יכולה באותו שטח לבנות חוות סוסים, יש פה למעשה פסילה הדדית של חלופה אחת. כאשר עלינו לבחור מכל האופציות, בתנאי שכולן חיוביות, אנו נבחר את אותה אחת עם הע.נ.נ הגבוה ביותר.

כאשר יש שתי השקעות, שלשתיהן מצאנו את הש.ת.פ יש להשוות ביניהן ולראות באיזה מחיר הון הע.נ.נ של איזה השקעה גבוה יותר.
כאשר שתי ההשקעות עדיפות השאלה היא איזה השקעה עדיפה על השנייה? במצב זה עלינו לחשב את הע.נ.נ לפי מחיר ההון של החברה ולבחור בהשקעה שבה הע.נ.נ גבוה יותר.

<u>השקעה מחזורית</u> – השקעה שניתן בסיומה להשקיע בה מחדש באותם תנאים.
אפשר למחזר לכמה תקופות שנרצה, אבל התקבולים נשארים אותו הדבר, בתנאים זהים.

כאשר למשקיע יש אפשרות לבחור בין מספר תוכניות מחזוריות, כמובן עליו לבחור את התוכנית המחזורית עם הע.נ.נ הגבוה ביותר (במידה והוא חיובי, אם כולם שליליים לא נבחר באף אחד, לא יהיה כדאי).
הבחירה בהשקעה תהיה אותה בחירה כפי שהיינו עושים בהשקעות לא מחזוריות, אך אם יש שתי השקעות מחזוריות בעלות משך זמן שונה, נצטרך להביא את שתי ההשקעות למשך זמן שווה (יש למצוא את המכנה המשותף בין שני המחזורים)., לאחר מכן ניתן השוות בין הערכים הנוכחים הנקיים של שתי ההשקעות.

<u>ישנן מספר שיטות לפתור שאלה שבה יש השקעות מחזוריות:</u>

1. <u>מכנה משותף</u> – לחזור על כל תזרים עד שכל התזרים יהיו בעלי אותו משך.
2. <u>חישוב אינסופי</u> – חישוב כל חלופה עד לאינסוף.
3. <u>החזר הון</u> – ניתן לחשב החזר הון שנתי לכל חלופה.

תרגילים בבחירה בין השקעות

שאלה ראשונה

נתונים שני התזרימים הבאים:

	0	1	2	3	4	5
א'	2,000-	400	400	400	400	400
ב'	1,500-	300	300	300	300	300

מחיר ההון של החברה הינו 10%, הנח שיש קשר בין הפרויקטים כך שאם שתיהן תתבצענה התזרים מהשקעה ב – א' יגדל ב – 250 ₪ בכל שנה (ההשקעה לא תשתנה), תזרים ב' יישאר ללא שינוי.
באיזו מההשקעות האפשריות יבחר המשקיע?

שאלה שנייה

מנהל חברה מתלבט בין השקעה בין שני פרויקטים, לחברה אין אפשרות להשקיע בשני הפרויקטים הואיל ושניהם נעשים באותן המכונות, באיזה פרויקט מבין השניים הבאים יבחר מנהל החברה?

	0	1	2	3	4
א'	10,000-	4,000	3,500	4,000	3,000
ב'	15,000-	7,000	6,000	2,000	5,000

מחיר ההון בחברה הינו 14%.

<u>שאלה שלישית</u>

לפניך שתי השקעות:

	0	1	2	3
א'	1,000-	700	800	
ב'	100-	200	150	100

על השקעה ב' ניתן לחזור 4 פעמים ואילו השקעה א' ניתן לחזור 58 פעמים.

שער ההיוון של החברה הינו 12%.

איזו השקעה עדיפה? (יש לבחור את מתוך השתיים)

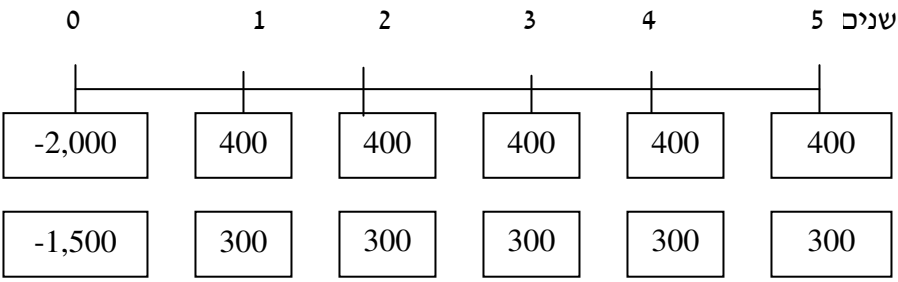
פתרון תרגילים בבחירה בין השקעות

שאלה ראשונה

בשאלה זו אנו עוסקים בשני סוגים של השקעות:

1. השקעות בלתי תלויות במידה ונשקיע רק באחת מההשקעות.
2. השקעות תלויות במידה ונשקיע בשתי ההשקעות.

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



10% לשנה

נבחן כל אחת מהאפשרויות:

1. השקעה בפרויקט א', נמצא את הע.נ.נ בשתי דרכים:

<u>דרך א':</u>

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי סידרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 3.791 ולכן הסכום תצטרך להפקיד היום הינו:

$$pv = -2{,}000 + 400 * 3.791 = -483.6$$

דרך ב׳:

נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -2{,}000 + \frac{400}{(1.1)^1} + \frac{400}{(1.1)^2} + \frac{400}{(1.1)^3} + \frac{400}{(1.1)^4} + \frac{400}{(1.1)^5}$$

$$N.P.V = -483.6$$

הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט א׳ הינו 483.6- ₪, כלומר לא כדאי להשקיע בפרויקט זה.

2. השקעה בפרויקט ב׳, נמצא את הע.נ.נ בשתי דרכים:

דרך א׳:

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי סידרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 3.791 ולכן הסכום תצטרך להפקיד היום הינו:

$$pv = -1{,}500 + 300 * 3.791 = -362.7$$

דרך ב׳:

נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -1{,}500 + \frac{300}{(1.1)^1} + \frac{300}{(1.1)^2} + \frac{300}{(1.1)^3} + \frac{300}{(1.1)^4} + \frac{300}{(1.1)^5}$$

$$N.P.V = -362.7$$

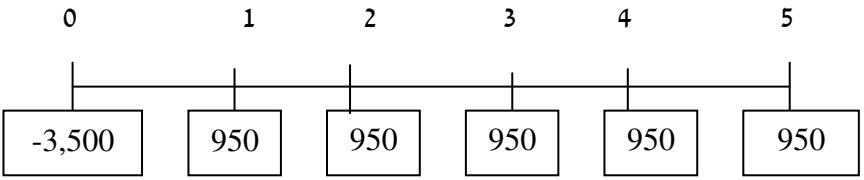
הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט ב׳ הינו 362.7- ₪, כלומר לא כדאי להשקיע בפרויקט זה.

3. השקעה בפרויקט א' וכן בפרויקט ב', תחילה נמצא את תזרים המזומנים התוספתי:

	0	1	2	3	4	5
א'	2,000-	400	400	400	400	400
תוספת ל – א'	0	250	250	250	250	250
ב'	1,500-	300	300	300	300	300
תזרים תוספתי	3,500-	950	950	950	950	950

תחילה נשרטט את ציר הזמן:

שנים:



10% לשנה

נמצא את הע.נ.נ בשלוש דרכים:

<u>דרך א':</u>

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי סידרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 3.791 ולכן הסכום תצטרך להפקיד היום הינו:

$$pv = -3{,}500 + 950 * 3.791 = 101.45$$

דרך ב׳:

נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -3{,}500 + \frac{950}{(1.1)^1} + \frac{950}{(1.1)^2} + \frac{950}{(1.1)^3} + \frac{950}{(1.1)^4} + \frac{950}{(1.1)^5}$$

$$N.P.V = 101.25$$

דרך ג׳:

נחשב את הערך הנוכחי הנקי של תוספת לתזרים ונוסיף את הערכים הנוכחיים הנקיים שחישבנו לכל פרויקט בנפרד.

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = 0 + \frac{250}{(1.1)^1} + \frac{250}{(1.1)^2} + \frac{250}{(1.1)^3} + \frac{250}{(1.1)^4} + \frac{250}{(1.1)^5}$$

$$N.P.V = 947.69$$

$$N.P.V = (-483.6) + (-362.7) + 947.69 = 101.39$$

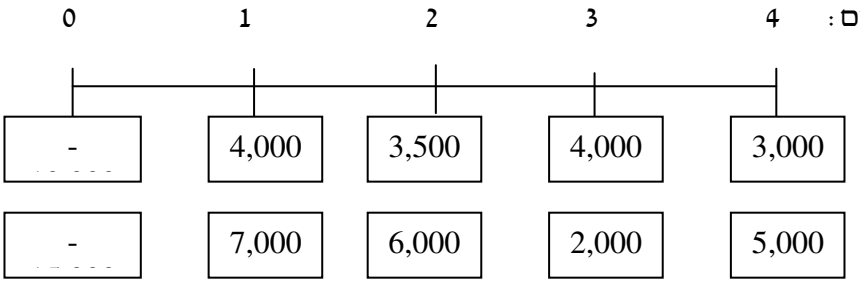
השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט א׳ ופרויקט ב׳ גם יחד הינו 101.45 ₪, כלומר כדאי להשקיע בשני פרויקטים.

ההשקעה המומלצת הינה השקעה בשני הפרויקטים הואיל והתזרים התוספתי מניב ערך נוכחי נקי חיובי.

שאלה שנייה

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



נבחן כל פרויקט בנפרד:

1. השקעה בפרויקט א', נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -10{,}000 + \frac{4{,}000}{(1.14)^1} + \frac{3{,}500}{(1.14)^2} + \frac{4{,}000}{(1.14)^3} + \frac{3{,}000}{(1.14)^4}$$

$$N.P.V = 678.035$$

הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט א' הינו 678.035 ₪, כלומר כדאי להשקיע בפרויקט זה.

2. השקעה בפרויקט ב', נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -15{,}000 + \frac{7{,}000}{(1.14)^1} + \frac{6{,}000}{(1.14)^2} + \frac{2{,}000}{(1.14)^3} + \frac{5{,}000}{(1.14)^4}$$

$$N.P.V = 67.5$$

<u>הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט בי הינו 67.5 ₪, כלומר כדאי להשקיע בפרויקט זה.</u>

<u>בהשוואה בין הפרויקטים כדאי להשקיע בפרויקט א' הואיל והוא יניב ערך נוכחי נקי גבוה יותר מהשקעה בפרויקט ב'.</u>

<u>שאלה שלישית</u>

ניתן לעשות הכפלה על פרויקט ב' ולהגיע למכנה המשותף, כלומר 12, במקרה הזה בחרנו בדרך אחרת, תקופה של 6 שנים, נקודת חידוש של כל אחת מההשקעות, השקעה א' אחרי 3 תקופות, השקעה ב' אחרי 2 תקופות:

	0	1	2	3	4	5	6
א'	1,000-	700	200-	700	200-	700	800
ב'	100-	200	150	0	200	150	100

נבחן כל ע.נ.נ פרויקט בנפרד:

1. השקעה בפרויקט א', נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -1{,}000 + \frac{700}{(1.12)^1} - \frac{200}{(1.12)^2} + \frac{700}{(1.12)^3} - \frac{200}{(1.12)^4} + \frac{700}{(1.12)^5} + \frac{800}{(1.12)^6} = 639.2$$

<u>הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט א' הינו 639.2 ₪, כלומר כדאי להשקיע בפרויקט זה.</u>

2. השקעה בפרויקט ב', נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -100 + \frac{200}{(1.12)^1} + \frac{150}{(1.12)^2} + \frac{0}{(1.12)^3} + \frac{200}{(1.12)^4} + \frac{150}{(1.12)^5} +$$

$$\frac{100}{(1.12)^6} = 461.03$$

<u>הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט ב' הינו 461.03 ₪, כלומר כדאי להשקיע בפרויקט זה.</u>

<u>בהשוואה בין הפרויקטים כדאי להשקיע בפרויקט א' הואיל והוא יניב ערך נוכחי נקי גבוה יותר מהשקעה בפרויקט ב'.</u>

מקורות המימון בפירמה

להלן מספר מונחים (לפי סדר א'-ב'):

אג"ח – תעודה הנמסרת על ידי לווה למלווה, בה מתוארים תנאי ההלוואה (סכום החוב, מועדי החזר הקרן ושיעורי ריבית), החברה לווה חלק זה והיא מחויבת להחזיר למלווה את קרן האג"ח בתוספת ריבית.
איגרת חוב הינה מכשיר פיננסי שמנפיקה החברה לציבור המשקיעים, אשר בא לסייע לה לגייס הון

בורסה – שוק בו נסחרות מניות וניירות ערך שונים, לבורסה ישנן 4 תכונות עיקריות:

1. שוק מאורגן למסחר בניירות ערך – מתרכזים בו מרבית הביקוש וההיצע לניירות ערך, הבסיס לקביעת מחירי ניירות ערך הוא האיזון בין ביקוש להיצע.

2. גוף המסדיר את עצמו – הבורסה פועלת כגוף הקובע לעצמו את אופי פעילותו, את תנאי החברות בו, את כללי התנהגות חבריו את צורת המסחר ואת שאר העניינים הקשורים בניהול מסחר תקין וסדיר בניירות ערך.

3. פיקוח על הנכסים הנסחרים – הבורסה צריכה לבדוק את ניירות הערך המוגשים לה לרישום ולפקח על כל הצעה של ניירות ערך לרבות פיקוח על החברות שניירות ערך רשומים בה.

4. <u>הגבלת המסחר לחברים בלבד</u> – רשות המסחר בבורסה שמורה רק לחברים אשר עמדו בקריטריונים מסוימים של חברות.

<u>הון זר</u> – כל מקורות ההון שאינם משתתפים בבעלות על החברה, כלומר מקורות המימון שלוותה החברה כדי לממן את פעילותה העסקית.

<u>הון עצמי</u> – ההפרש שבין הנכסים לבין ההתחייבויות של הפירמה.
<u>מניה</u> – סוג של נייר ערך המקנה למחזיק בו מעמד של בעלות בחברה, המניה מהווה חלק מהון מניות החברה והיא מייצגת את מכלול החובות והזכויות של המחזיק בה.

<u>מק"מ (מלווה קצר מועד)</u> – סוג של איגרת חוב שאינה נושאת ריבית ואינה צמודה ומונפקת בניכיון. כלומר שער הקנייה נמוך מהערך לפדיון ביום הקניה. שיעור התשואה של המק"מ יהיה ההפרש בין שער הקניה והערך לפדיון.

<u>ריבית פריים</u> – ריבית זו משמשת כבסיס לשיעורי הריבית של הלוואות לא צמודות, מקורה בשוק האמריקאי כשעיקר ההשפעה מוכתב על ידי שלושת הבנקים הגדולים ביותר.
בארץ, אומץ עיקרון זה ושיעורי הפריים נגזרים מהמדיניות המוניטארית של בנק ישראל ושל הבנקים הגדולים.

<u>שוק משני</u> – שוק שבו נסחרים ניירות הערך לאחר הנפקתם בשוק הראשוני. בשוק זה נקבעים מחירי המניות על פי כוחות השוק של היצע וביקוש.

<u>שוק ראשוני</u> – השוק בו מונפקים ניירות הערך ושם מתבצע גיוס הכספים על ידי החברות.
המשתתף העיקרי בשוק הראשוני הוא **החתם**, בנוסף להתחייבותו לרכוש מהחברה המנפיקה את כל ניירות הערך שלא יירכשו על ידי הציבור הוא מסייע לחברה בתכנון ובהכוונה לקראת הפנייה לציבור.

כל פירמה לצורך פעילותה זקוקה לכספים וזאת כדי לממן את הוצאותיה השוטפות כגון שכר עבודה, שכר דירה וכדומה.
<u>בנוסף, הפירמה מעוניינת להחזיק כספים כדי שתוכל לנצל הזדמנויות להשקעות שונות והרחבת קווי הפעילות, את הכספים להם זקוקה הפירמה יכולה הפירמה לגייס ממקורות שונים:</u>

1. **<u>הון זר</u>** – הון זה איננו שייך לחברה אלא למלווים ועל החברה להחזירו במועדים קבועים מראש ובתוספת ריבית המהווה את התשלום עבור השימוש באותו כסף.
   בכספי ההלוואה החברה יכולה לממן הוצאות שוטפות ולהשקיע בפעולות עתידיות.
   לקיחת הלוואה בניגוד להנפקת מניות איננה מקטינה את אחוז הבעלות של אותם בעלי מניות או את מרכיב שליטתם.

2. **<u>הון עצמי</u>** – הינו הכספים של בעלי הפירמה, על כן אם הצטברו בידי הפירמה רווחים מהפעילויות שלהם בשנים קודמות הרווחים האלו שייכים לבעלי הפירמה והם יכולים למשוך את אותם כספים (פעולה זו נקראת דיבידנד), כמו כן, הבעלים יכולים להשאיר את הכספים בחברה ולהשתמש בהם לצורך פעילות עתידית.

3. **<u>הנפקה</u>** - פירמה יכולה לגייס הון על ידי מכירת מניות בהנפקה פרטית, כלומר אלו שיקנו את המניות יהפכו להיות בעלים במקום הבעלים המקוריים/הקיימים.
או לחילופין הפירמה יכולה לגייס הון באמצעות הנפקת מניות בבורסה, הנפקה זו נקראת <u>הנפקה ציבורית</u>, הכספים אשר הוזרמו לחברה נכללים במסגרת ההון העצמי של החברה.

4. **<u>הלוואה</u>** – לקיחת הלוואה היא הסכם בין הלווה למלווה ולפיו הלווה מקבל סכום כסף (הקרן) ומתחייב להחזירו בתאריך מסוים.
החלוקה לסוגי הלוואות היא על בסיס ההצמדה ומרכיב הריבית.

בסיס ההצמדה הוא חלק מהלוואות שהינן צמודות למדד המחירים או למחיר מטבע חוץ.
מרכיב הריבית, אם קיים כזה, מתחלק בין ריבית קבועה, דהיינו הריבית יכולה להיות קבועה לאורך כל חיי ההלוואה והיא נקבעת ביום לקיחת ההלוואה ולא משתנה. לעומתה, ריבית משתנה היא ריבית שמשתנה כפונקציה של גורם המוגדר מראש ביום לקיחת ההלוואה. בדרך כלל הגורם המשפיע הוא שיעור ריבית הפריים, ריבית זו משמשת כבסיס לשיעורי הריבית של הלוואות לא צמודות.

השיקולים אשר ינחו בין השאר את החברה אם לקחת הלוואה צמודה או לא, בריבית קבועה או משתנה הם:

	מרכיב ההצמדה		מרכיב הריבית	
הערכות	עליה במדדים/מט"ח	ירידה במדדים/מט"ח	עליית ריבית	ירידת ריבית
הפעולה	הלוואה לא צמודה	הלוואה צמודה	ריבית קבועה	ריבית משתנה

חשוב להדגיש כי אלו קווים מנחים בלבד ויש לקחת בחשבון את אורך חיי ההלוואה, הרכב הנכסים של החברה והתאמה בין בסיסי ההצמדה וריביות פריים.

מונחים בהלוואות

אג"ח - חברה המגייסת הון זר באמצעות התחייבות של אג"ח חייבת לקבוע תנאים של החזר חוב ותשלום הריבית, כלומר, החברה הופכת להיות לווה מהציבור (הציבור הוא המלווה).
לציבור המחזיקים באג"ח אין זכות הצבעה או לקבלת רווחים.
באופן דומה הלוואה הינה התחייבות שיש לפרוע בעתיד.

מספר התשלום – לפי התקופה שנקבעה בתנאי ההלוואה, למשל כל חודש, כל רבעון וכדומה.

קרן – סכום ההלוואה שנילקח בפועל ללא תוספות ריבית והצמדה.

תשלום על חשבון הקרן – חלקו של התשלום התקופתי מהקרן שנלקחה (למעשה זהו סכום ההלוואה).

תשלום על חשבון ריבית – זהו חלקו של התשלום התקופתי מהריבית הנדרשת לתשלום.

יתרת קרן בלתי מסולקת – יתרת הקרן בניכוי התשלומים ששולמו על חשבון הקרן.

לוח סילוקין – לוח הבונה תוכנית לסילוק הדרגתי של חוב בפרקי זמן קצובים ובתנאים מוגדרים מראש.

סוגי הלוואות

הנחה: כאשר ההלוואה צמודה למדד המחירים במשק גם הריבית צריכה לקבל הצמדה וגם הקרן, כל אחד מהתשלומים על חשבון הקרן צמוד למדד וגם התשלום על חשבון הריבית צמוד למדד.

הלוואה שבה הריבית מנוכה מראש - בהלוואה מסוג זה הריבית משולמת בעת לקיחת ההלוואה, כלומר, הלווה מקבל סכום קטן יותר מהקרן.

כדי לחשב את שיעור הריבית בפועל שמשלם הלווה על ההלוואה אנחנו צריכים לחשב ריבית אפקטיבית על הלוואה של הקרן פחות הריבית (הסכום שנלקח בפועל) לעומת הסכום המקורי של הקרן, שזה הסכום שמוחזר בתום התקופה.

הלוואת בלון – הלוואה שבה בסוף התקופה בבת אחת ההלוואה מוחזרת בסכום הכולל את הקרן והריבית.
הלוואת בלון הינה הלוואה המוחזרת בתשלום אחד, בהלוואה זו ההחזר כולל גם את הקרן וגם את הריבית, כלומר, סכום ההלוואה מוחזר על ידי הלווה יחד עם שווי הריבית ביום פירעון ההלוואה.

שווי הריבית שיש לשלם מחושב באמצעות מקדם ערך עתידי או בשמו השני ריבית דריבית.

הבדל בין הלוואת בלון לבין הלוואה שבה הריבית מנוכה מראש:
ריבית – בהלוואות בלון נשלם את הריבית הנומינאלית ואילו בהלוואה שבה הריבית מנוכה מראש נשלם ריבית אפקטיבית.

הלוואות המוחזרות במספר תשלומים – "**הלוואת גרייס**" – הלוואה זו מוחזרת במספר תשלומים כאשר בכל תשלום למעט האחרון מוחזרת רק הריבית ובתשלום האחרון מוחזרת הקרן ותוספת הריבית.

הלוואה לפי החזר קרן קבוע - ההלוואה מוחזרת לפי לוח סילוקין "רגיל" כאשר כל אחד מהתשלומים מורכב מהחזר קבוע על חשבון הקרן ומתשלום ריבית על יתרת הקרן הבלתי מסולקת.

הלוואה לפי סכום החזר קבוע – הינה הלוואה המוחזרת במספר תשלומים כאשר כל אחד מהתשלומים מורכב מתשלומים שווים של קרן וריבית.
לוח סילוקין להלוואה כזו נקרא "**לוח סילוקין שפיצר**".

<u>בשביל לבנות את לוח הסילוקין יש לעשות שני שלבים:</u>

1. החישוב של סכום ההחזר הקבוע יעשה באמצעות הכפלת מקדם החזר הון בסכום קרן ההלוואה.

2. יש לחשב את שווי הריבית לכל החזר, במילים אחרות החלק של הריבית מתוך ההחזר הקבוע.

יתרת הקרן מפחיתים ממנה כל פעם את התשלום על חשבון קרן, יתרת הקרן הבלתי מסולקת מופחתת כל פעם בסכום ששולם על חשבון הקרן, הריבית מחושבת מיתרת הקרן שנשארה.

ככל שחולף הזמן גדל מרכיב הקרן בתשלום החודשי וקטן מרכיב הריבית.

התשלום הקבוע שיש לשלם ניתן לחישוב על ידי הנוסחא הבאה:

$$A = k \times \left(\frac{(1+i)^n \times i}{(1+i)^n - 1} \right)$$

k – קרן ההלוואה.

A – החזר קבוע.

i – ריבית.

n – מספר התקופות.

נשים לב שאנו מכפילים את קרן ההלוואה במקדם החזר הון.

בהלוואה זו הריבית היא תמיד על הקרן הבלתי מסולקת, השלבים בחישוב הם:

1. חישוב הריבית לפי אחוז מתוך הקרן הבלתי מסולקת.
2. הפחתת הריבית מההחזר הקבוע, ההפרש שיתקבל זהו התשלום על חשבון הקרן.

תרגילים בהלוואות

שאלה ראשונה

חברה לוותה 150,000 ₪ לשנה, הריבית השנתית על ההלוואה הינה 15%, בחוזה ההלוואה סוכם שהחברה תשלם את הריבית בתחילת התקופה (ביום הראשון להלוואה), את הקרן החברה תחזיר בתום השנה.

נדרש:

1. יש להציג לוח סילוקין.
2. מהי הריבית ששולמה בפועל למלווה?

שאלה שנייה

הבנק נתן לחברה מסוימת הלוואה בריבית חודשית של 1%, סכום ההלוואה הינו 120,000 ₪, ההלוואה ניתנה לתקופה של שנה.
ההלוואה מוחזרת בתשלום אחד בתום השנה.

נדרש:

1. מהי הריבית השנתית על הלוואה זו?
2. יש להציג לוח סילוקין.

<u>שאלה שלישית</u>

הבנק נתן לחברה מסוימת הלוואה בריבית חודשית של 2%, סכום ההלוואה הינו 120,000 ₪, ההלוואה ניתנה לתקופה של 4 שנים.
ההלוואה מוחזרת בתשלום אחד בתום ארבעת השנים.

<u>נדרש:</u>

1. מהי הריבית השנתית על הלוואה זו?
2. מהי הריבית ל – 4 שנים שתשלם החברה?

<u>שאלה רביעית</u>

הבנק נתן לחברה מסוימת הלוואה בריבית שנתית של 25%, סכום ההלוואה הינו 100,000 ₪, ההלוואה ניתנה לתקופה של שנה.
לחברה יש אפשרות לבחור בין שני מסלולים לתשלום ההלוואה:

1. הלוואה שבה הריבית מנוכה מראש והקרן מוחזרת בתום התקופה.
2. הלוואת בלון שבה הרבית והקרן משולמות בסוף התקופה.

באיזו משתי החלופות תבחר החברה?

שאלה חמישית

חברה לוותה מהבנק הלוואה בסך של 80,000 ₪, בחוזה ההלוואה סוכם שהחברה תשלם כל חצי שנה את הריבית, הריבית תהיה קבועה בסך של 6,000 ₪, קרן ההלוואה תיפרע לאחר שלוש שנים.

נדרש:

יש להראות לוח סילוקין.

שאלה שישית

חברה לוותה 120,000 ₪ ל – 4 שנים, הקרן נפרעת ב – 4 תשלומים שנתיים שווים (כל סוף שנה), הריבית היא 3% שנתית.

יש להציג לוח סילוקין.

שאלה שביעית

חברה לקחה הלוואה בשווי של 50,000 ₪ לתקופה של חצי שנה בריבית חודשית של 1%, בחוזה סוכם שהחזר ההלוואה יהיה לפי סכום החזר קבוע.

נדרש:

1. יש להציג לוח סילוקין.
2. מהו התשלום על חשבון הקרן שהוחזר בחודש הרביעי?

פתרון תרגילים בהלוואות

שאלה ראשונה

להלן לוח סילוקין של ההלוואה (סעיף 1):

מספר תשלום	קרן	תשלום על חשבון הקרן	תשלום על חשבון הריבית	סה"כ לתשלום	יתרת קרן בלתי מסולקת
1	150,000	150,000*(1-0.15)= =127,500	150,000*15% =22,500	150,000	0

סעיף 2:

הואיל והחברה שילמה את הריבית 15% שנתית בתחילת התקופה החברה בעצם לקחה הלוואה בשווי של 127,500 שהם מהווים 85% מההלוואה.

על מנת לחשב את הריבית ששולמה בפועל נחשב את הריבית האפקטיבית על ההלוואה של 127,500 ₪ לעומת הסכום שמוחזר בסוף התקופה 150,000 ₪:

$$r = \frac{150,000}{127,500} - 1 = 0.1765$$

הריבית השנתית ששולמה בפועל למלווה הינה 17.65%.

<u>שאלה שנייה</u>

בבואנו לפתור שאלה מסוג זה עלינו לשים לב שמדובר על הלוואת בלון.

<u>סעיף 1</u>:

על מנת לחשב את הריבית השנתית נשתמש בנוסחא לריבית אפקטיבית:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{n} - 1 = (1 + 0.01)^{12} - 1 = 0.1268$$

<u>הריבית השנתית על ההלוואה הינה 12.68%.</u>

להלן לוח סילוקין של ההלוואה (<u>סעיף 2</u>):

מספר תשלום	קרן	תשלום על חשבון הקרן	תשלום על חשבון הריבית	סה"כ לתשלום	יתרת קרן בלתי מסולקת
1	120,000	120,000	120,000 *12.68% =15,216	135,216	0

שאלה שלישית

בבואנו לפתור שאלה מסוג זה עלינו לשים לב שמדובר על הלוואת בלון.

סעיף 1:

על מנת לחשב את הריבית השנתית נשתמש בנוסחא לריבית אפקטיבית:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{n} - 1 = (1 + 0.02)^{12} - 1 = 0.2682$$

הריבית השנתית על ההלוואה הינה 26.82%.

סעיף 2:

על מנת לחשב את הריבית ל – 4 שנים נשתמש בנוסחא לריבית אפקטיבית למספר שנים:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{n \times m} - 1 = (1 + 0.02)^{12*4} - 1 = (1 + 0.2682)^{4} - 1 = 1.587$$

הריבית ל – 4 שנים על ההלוואה הינה 158.7%.

<u>שאלה רביעית</u>

נמצא את הריבית שהחברה משלמת בכל אלטרנטיבה:

<u>הלוואה שבה הריבית מנוכה מראש:</u>

הואיל והחברה משלמת את הריבית 25% שנתית בתחילת התקופה החברה בעצם לקחה הלוואה בשווי של 75,000 שהם מהווים 75% מההלוואה.

על מנת לחשב את הריבית ששולמה בפועל נחשב את הריבית האפקטיבית על ההלוואה של 75,000 ₪ לעומת הסכום שמוחזר בסוף התקופה 100,000 ₪:

$$r = \frac{100{,}000}{75{,}000} - 1 = 0.3333$$

<u>הריבית השנתית שתושלם בפועל למלווה הינה 33.33%.</u>

<u>הלוואת בלון:</u>

הריבית האפקטיבית במקרה זה שווה לריבית הנומינלית, כלומר היא הינה 25% לשנה.

<u>במקרה זה עדיפה הלוואת בלון על פני הלוואה שבה הריבית מנוכה מראש הואיל והלווה ישלם ריבית נמוכה יותר.</u>

<u>שאלה חמישית</u>

בבואנו לפתור שאלה מסוג זה עלינו לשים לב שמדובר על הלוואת גרייס, הלוואה שמחוזרת בתשלומים שווים.

להלן לוח סילוקין:

מספר תשלום	קרן	תשלום על חשבון הקרן	תשלום על חשבון הריבית	סה"כ לתשלום	יתרת קרן בלתי מסולקת
1	80,000	0	6,000	6,000	80,000
2	80,000	0	6,000	6,000	80,000
3	80,000	0	6,000	6,000	80,000
4	80,000	0	6,000	6,000	80,000
5	80,000	0	6,000	6,000	80,000
6	80,000	80,000	6,000	86,000	0

<u>שאלה שישית</u>

בבואנו לפתור שאלה מסוג זה עלינו לשים לב שמדובר על הלוואה בעלת החזר קרן קבוע.

להלן לוח סילוקין:

מספר תשלום	קרן	תשלום על חשבון הקרן	תשלום על חשבון הריבית	סה"כ לתשלום	יתרת קרן בלתי מסולקת
1	120,000	120,000/4 =30,000	120,000*3% =3,600	33,600	90,000
2	90,000	90,000/3 =30,000	90,000*3% =2,700	32,700	60,000
3	60,000	60,000/2 =30,000	60,000*3% =1,800	31,800	30,000
4	30,000	30,000/1 =30,000	30,000*3% =900	30,900	0
		כל שנה משולם אותו חלק מהלוואה הואיל ומדובר על תשלומים שווים.	החבר משלמת את הריבית על כל הקרן שהייתה עד לתאריך הפירעון.	עמודה זה הינה חיבור של 2 העמודות הקודמות.	עמודה זו מחושבת לפי קרן בתחילת השנה בניכוי התשלום על הקרן בלבד (ללא ריבית).

<u>שאלה שביעית</u>

בבואנו לפתור שאלה מסוג זה עלינו לשים לב שמדובר על הלוואה בעלת החזר קבוע (קרן + ריבית).

תחילה לפני שנציג את לוח הסילוקין עלינו למצוא את ההחזר הקבוע, על מנת למצוא את ההחזר זה נעזר בנוסחא של מקדם החזר ההון:

$$A = 50{,}000 \times \left(\frac{(1+0.01)^6 \times 0.01}{(1+0.01)^6 - 1} \right) = 50{,}000 \times 0.1725 = 8{,}627.41$$

<u>ההחזר הקבוע בגין ההלוואה הינו 8,627.41 ₪, כלומר זהו הסכום שיוחזר בתום כל חודש.</u>

להלן לוח סילוקין:

מספר תשלום	קרן	תשלום על חשבון הקרן	תשלום על חשבון הריבית	סה"כ לתשלום	יתרת קרן בלתי מסולקת
1	50,000	8,627.41 -500 =8,127.41	50,000*1% =500	8,627.41	41,872.59
2	41,872.59	8,627.41 -418.73 =8,208.68	41,872.59 *1% =418.73	8,627.41	33,663.91

מספר תשלום	קרן	תשלום על חשבון הקרן	תשלום על חשבון הריבית	סה"כ לתשלום	יתרת קרן בלתי מסולקת
3	33,663.91	8,627.41 -336.62 =8,290.79	33,663.91 *1% =336.62	8,627.41	25,373.12
4	25,373.12	8,627.41 -253.73 =8,373.68	25,373.12 *1% =253.73	8,627.41	16,999.444
5	16,999.44	8,627.41 -169.99 =8,457.42	16,999.44 *1% =169.99	8,627.41	8,542.02
6	8,542.02	8,627.41 -85.42 =8,542.02	8,542.02 *1% =85.42	8,627.41	0

<u>סעיף 2:</u>

<u>התשלום על חשבון הקרן בחודש הרביעי הינו 8,373.68 ₪.</u>

השקעות בתנאי סיכון

להלן מספר מונחים (לפי סדר א'-ב'):

הסתברות – אומדן הסיכוי להתרחשות מאורע מסוים.
הסתברות הינה מספר המתאר את השכיחות של האירוע ביחס לכלל האירועים, סך ההסתברויות שווה לאחד.

התפלגות – צורת פיזור הנתונים.

סטיית תקן – מדד מקובל למידת הסיכון של ההשקעה (ככל שסטית התקן גבוהה יותר ההשקעה יותר מסוכנת).
המדד משמש לציון מידת הפיזור והתוצאות סביב הממוצע שלהן, סטיית התקן הינה שורש ריבועי של השונות.
ככל שהסטייה נמוכה יותר הסיכון נמוך יותר.

שונות – מדד המתאר את רמת הפיזור של הנתונים הנדגמים סביב הממוצע.
השונות הינה ממוצע משוקלל של סכום ריבועי הסטיות מהממוצע של המדגם או האוכלוסייה.

משקיע שונא סיכון – משקיע שמחפש השקעה עם רמת סיכון נמוכה, אולם מצד שני הסתברות נמוכה לרווחים, לעומת מצב שבו יקבל רמת סיכון גבוהה והסתברות לקבל אפס רווחים.

<u>תוחלת הרווח</u> – מדד המתאר נטייה של קבוצת נתונים לערך מרכזי.
הממוצע המשוקלל של ההתפלגות, המשמש כמדד רווחיות, כאשר המשקולות הן ההסתברויות למקרים השונים.
ככל שהתוחלת גבוהה יותר הרווח גבוה יותר.

<u>לדוגמא</u>: כאשר לחברה יש הכנסות והוצאות, אם יש תרחיש טוב היא מגדילה את ההכנסות, ניתן להגדיל את ההכנסות על ידי 2 אפשרויות:

1. למכור יותר יחידות.
2. לעלות את המחיר.

נניח ויש לחברה מכונה שעלתה 100 ₪, היא יכולה לייצר עד 30 יחידות.
החברה צריכים שלושה אנשים לתפעל את המכונה.
אם החברה תרצה להגדיל את המחזור על ידי כך שתרצה לייצר יותר יחידות, אם זה יהיה עד 30 יחידות לא תהיה בעיה, אבל אם תרצה 31 יחידות היא תצטרך עוד 100 ₪ לקנות עוד מכונה ועוד שלושה אנשים לתפעל אותה.

נניח והדרישה בשוק עד עכשיו הייתה ל- 20 יחידות, אז השתמשנו במה שהיה לנו עד עכשיו. כל שנה צריכים לקנות מכונה חדשה, הפחת שלה הוא 100%, שנה הבאה אם שוב יש דרישה ל- 20 יחידות שוב נקנה מכונה ב- 100 ₪ וניעזר בשלושה עובדים לצורך תפעולה, בשנה השלישית מובטח לחברה מכירות של 31 יחידות, ברור שנצטרך לקנות שתי מכונות, ייתכן שלא יהיה לנו שווה להשקיע בעוד מכונה על מנת לייצר עוד יחידה אחת ולהגיע ל- 31 יחידות.

אם הגדלנו את המכירות על ידי הגדלת מספר היחידות, אבל ההוצאות נשארות ללא שינוי – תרחיש טוב ורצוי, לא צריך להוציא כסף ולהוסיף עובדים.
כמובן שהתרחיש הטוב ביותר להגדלת מחזור המכירות הוא להגדיל את המחיר- נמכור את אותו מספר יחידות אבל במחיר גבוה יותר.
כמובן שיש תרחיש נוסף אבל ברמת סיכון גבוהה יותר – להגדיל את שני המשתנים, גם את המחיר וגם את מספר היחידות. במקרה כזה עולים לנו מספר גורמי הייצור בהם אנו משתמשים, ואז גדל לנו הסיכון שמחיר התשומות המשתנות יעלה, ואז אם לא נדביק את עלייתו בעליה במחיר המוצר, ירד לנו הרווח, ברגע שמעורבת עלות משתנה של גורמי ייצור, הסיכון גדל.

עלינו לשים לב שלכל התרחשות יש הסתברות ובנוסף לכל מחיר הון יש הסתברות בבואנו לבחון השקעה עלינו להכפיל את ההסתברויות האחת בשנייה על מנת לראות מה ההסתברות לכל התרחיש.

בתנאי סיכון, המשקיעים אמורים להתייחס למדדים השונים וזאת כדי לשקף את הסיכון שלהם.

מדדים לבחירת השקעות בתנאי סיכון

המדד הראשון שנתייחס אליו הוא **מדד תוחלת הרווח** זהו מדד שמתאר נטייה של קבוצת נתונים לערך מרכזי.

חישוב התוחלת:

הממוצע המשוכלל בין הע.נ.נ הצפוי כפול ההסתברות המשוכללת.

$$E = \sum_{i=1}^{n} (r_i \times P_i)$$

r_i = ע.נ.נ

p_i = הסתברות.

n = מספר התוצאות.

E = תוחלת הרווח.

<u>חישוב סטיית התקן</u>:

נחשב את השונות ונחלץ באמצעות שורש את סטיית התקן.

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(r_i - \overline{r_i})^2$$

σ - סטיית תקן.

σ^2 - שונות.

r_i - הע.נ.נ

$\overline{r_i}$ - הממוצע של הע.נ.נ

n – מספר התוצאות.

ככל שסטיית התקן גבוהה יותר ההשקעה מסוכנת יותר מכיוון שרמת הפיזור גבוהה יותר ואז יש לנו הסתברות גבוהה יותר לקבל תוצאות שיהיו רחוקות מהתוחלת, והרי משקיע שונא סיכון לא יאהב זאת, אם מדובר על משקיע אוהב סיכון כמובן שהתשובה הפוכה.

<u>קריטריון תוחלת – שונות לקביעת העדפה בין תוכנית השקעה:</u>

1. **משקיע שונא סיכון** – השקעה א' עדיפה על השקעה ב' אם ורק אם תוחלת הע.נ.נ של השקעה א' גדול או שווה לתוחלת הענ.נ. של השקעה ב' והשונות של השקעה א' נמוכה מהשונות של השקעה ב'.

   משקיע אוהב סיכון – השקעה א' עדיפה על השקעה ב' אם ורק אם תוחלת הע.נ.נ של השקעה א' גדול או שווה לתוחלת הענ.נ. של השקעה ב' והשונות של השקעה א' גבוהה מהשונות של השקעה ב'.

2. **משקיע שונא סיכון** – כאשר התוחלת בין 2 השקעות שווה, השקעה א' עדיפה על השקעה ב' אם ורק אם השונות של השקעה א' נמוכה מהשונות של השקעה ב'.

   משקיע אוהב סיכון – כאשר התוחלת בין 2 השקעות שווה, השקעה א' עדיפה על השקעה ב' אם ורק אם השונות של השקעה א' גבוהה מהשונות של השקעה ב'.

3. **משקיע שונא סיכון ומשקיע אוהב סיכון** – מבין השקעות שונות שיש להן אותה שונות או סטיית תקן, תועדף השקעה עם תוחלת רווח גבוהה יותר (זה אומר שממוצע הע.נ.נ גבוה יותר).

4. כאשר התוחלת והשונות בהשקעה א' גדולות יותר מאשר בהשקעה ב' לא ניתן לקבוע במה יבחרו במשקיעים.

מקדם ההשתנות:

$$cv = \frac{\sigma}{E}$$

CV – מקדם ההשתנות

E – תוחלת

σ - סטיית תקן.

במקרים שלא ניתן להשוות בין השקעות לפי כלל תוחלת שונות ניתן להיעזר במקדם השתנות, מדד זה זהו מדד של סטיית תקן ליחידת תוחלת תשואה.

משקיע שונא סיכון – יבחר בהשקעה בעלת מקדם ההשתנות הנמוך ביותר.

משקיע אוהב סיכון – יבחר בהשקעה בעלת מקדם ההשתנות הגבוה ביותר.

ברגע שמדובר על משקיע שונא סיכון, כלומר, משקיע שיש לו חשיבות לרמת הפיזור ורמת פיזור של שתי השקעות זהה, הקריטריון שינחה אותנו יהיה התוחלת.

משקיע שונא סיכון המבחן שלו מורכב משניים:

1. תוחלת הרווח (תיבחר התוחלת הגבוהה ביותר).

2. במידה וקיימת אותה סטיית תקן תיבחר התוחלת הגבוהה ביותר מאותה סטייה (משקיע שונא סיכון).

משקיע שהוא אדיש לסיכון ילך רק לפי התוחלת (=הע.נ.נ), הוא יבחר בהשקעה עם התוחלת הגבוהה ביותר.

משקיע אדיש סיכון יבחר את ההשקעה שבה הרווח הגבוה ביותר ללא קשר לרמת הסיכון, כלומר הוא יבחר פרויקט רק לפי תוחלת הרווח.

משקיע אוהב סיכון יבחר את ההשקעה שבה הע.נ.נ הגבוה ביותר ללא קשר לסיכון.

<u>מדד הרווחיות</u> - מוגדר כיחס בין הערך הנוכחי של זרמי התקבולים של הפרויקט לערך הנוכחי של ההשקעה.
המדד הינו היחס שבין הסכום של כל תזרים המזומנים הצפוי בעתיד בהשקעה בערכם הנוכחי ובין הערך המוחלט של התשלום בתקופה נוכחית לביצוע ההשקעה.

<u>ערך נוכחי של זרם תקבולים</u> = מדד הרווחיות
ערך נוכחי של זרם תשלומים

מדד הרווחיות הוא למעשה יחס של תקבולים לתשלומים.
במידה והע.נ.נ היה מוגדר לנו כהפרש בין התקבולים לתשלומים המדד היה מתקבל תוצאה בערך מוחלט.

נוסחא נוספת למדד:

$$P.I. = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}}{|cf_0|}$$

P.I. = מדד הרווחיות.

CF = התקבול או התשלום בעוד t תקופות.

CF_0 = התשלום בתקופה הנוכחית.

i = מחיר ההון של החברה.

- **אם מדד הרווחיות גדול מאחד יש לקבל את הפרויקט.**
- **אם מדד הרווחיות קטן מאחד יש לדחות את הפרויקט.**
- **כמובן יש את המצב האדיש שבו מדד הרווחיות שווה לאחד ואז למעשה אנחנו אדישים לגבי ההחלטה אם לדחות או לקבל את הפרויקט.**

מדד הרווחיות מגדיר את התשואה על ההשקעה בפרויקט, נניח שהמדד שווה ל – 1.35, המשמעות היא שעל ההשקעה יש שיעור תשואה של 35% ולכן כאשר המדד קטן מ – 1 לא כדאי להשקיע הואיל והתשואה מההשקעה היא שלילית.

תוצאות מדד הרווחיות מתיישבות עם תוצאות שיטת הע.נ.נ, יש לחשב ע.נ.נ לכל אחת מההשקעות ואז לחשב את מדד הרווחיות, ההשקעה עם הע.נ.נ הכי גבוה תהיה בעלת מדד הרווחיות שלו יהיה הכי גבוה.

כעת בנוסף לשיטות הע.נ.נ והש.ת.פ (שלא תמיד מתיישבות האחת עם השנייה), ניתן לבחון השקעות לפי שיטת הרווחיות.

<u>על בסיס הקריטריון הזה</u>:

א. אם מדד הרווחיות גדול מאחד – ההשקעה כדאית, במקרה זה הע.נ.נ יהיה חיובי, הואיל ומשמעות הע.נ.נ הוא כמה ירוויח המשקיע במונחים נוכחיים אם הוא ישקיע בהשקעה בהשוואה למצב בה לא ישקיע.

ב. אם מדד הרווחיות קטן מאחד – ההשקעה איננה כדאית, במקרה זה הע.נ.נ יהיה שלילי.

ג. אם מדד הרווחיות שווה לאחד – המשקיע אדיש, במקרה זה הע.נ.נ יהיה אפס.

מדד הרווחיות הינה הצגה חלופית של הערך הנוכחי הנקי (ע.נ.נ) וההפרש בין המונה במשוואת מדד הרווחיות לבין המכנה הוא הע.נ.נ, מכאן אנו יכולים להסיק כי **מדד רווחיות גדול מאחד משמעותו ענ.נ. חיובי, ומדד הרווחיות קטן מאחד משמעותו ע.נ.נ שלילי.**

<u>מדד החזר הון שנתי (AEV)</u> – המדד מאפשר באופן גס לראות איזה תקבול שנתי קבוע יאפס את הע.נ.נ , או במילים אחרות, מה הסכום שאנו צריכים לקבל באופן קבוע על מנת שלא נפסיד, הרי שאם הע.נ.נ אפס אנחנו אדישים.

$$AEV = \frac{I_0}{\overset{t}{\underset{i}{}} p.v.a}$$

A.E.V – מדד החזר הון שנתי.

I_0 – השקעה בתקופה אפס.

p.v.a – מקדם ערך נוכחי סדרתי.

במידה ונקבל בהשקעה בדיוק את התוצאה שיוצאת בנוסחא של החזר ההון השנתי הרי נחזיר את ההשקעה במלואה, כלומר לא הפסדנו ולא הרווחנו, הע.נ.נ יהיה אפס, ידוע שכאשר הע.נ.נ הוא אפס אז הש.ת.פ שווה למחיר ההון של החברה.

אם התקבול השנתי גבוה ממקדם החזר ההון – אז נלך על ההשקעה.
אם התקבול השנתי נמוך ממקדם החזר ההון – נדחה את ההשקעה ולא נקבל אותה.

<u>כאשר יש לנו מספר פרויקטים בעלי תקופות שונות קיימות 2 אפשרויות לפתרון:</u>

1. להביא את שתי ההשקעות לתקופה זהה (כפי שעשינו בחישוב השקעה מחזורית)

2. לחשב את הפרויקטים לאין סוף ולבחור את הפרויקט עם הע.נ.נ הגבוה ביותר.

<u>אורך חיים אין סופי</u> – ניקח את ההשקעות ונבחן את התוצאה שלהם עד אין סוף בהנחה שאין סוף של השקעה א׳ שווה לאין סוף של השקעה ב׳ ו- ג׳.

עסקנו במקרה שיש לנו מספר השקעות ולכל אחת תקופה שונה, על מנת שנרצה להשוות ביניהם יש להשוות את השנים.

כאשר נבחר השקעה בעלת אורך חיים סופי לכאורה, אנחנו צריכים להשוות מדיניות השקעה לפי למכנה משותף.

נוסחא של טור גיאומטרי אין סופי:

$$pvi = \frac{N.P.V}{1 - \frac{1}{(1+i)^m}}$$

Pvi – ע.נ.נ אין סופי.

N.P.V – ע.נ.נ

m – מספר חזרות.

3. שיטה נוספת להערכה של פרויקטים בעלי אורך חיים שונה – באמצעות **<u>שיטת החזר הון שנתי</u>**, באמצעות שיטה זו יש למצוא את החזר ההון השנתי של כל חלופה ולבחור את הפרויקט שיש לו את החזר ההון השנתי הגבוה ביותר.

כאשר יש לנו מספר פרויקטים נחשב החזר הון לכל פרויקט, במידה ואורכי הפרויקטים לא שווים יש להביאם למכנה משותף ולהכפיל את אורכי הזמן הקצרים יותר באופן יחסי, למשל אם יש לנו פרויקט שנמשך 10 שנים ואחר שנמשך שנתיים, החזר ההון יהיה ל – 10 שנים ונכפיל את מקדם ההון של הפרויקט השני ב – 5).
יש לשים לב להכפיל את מקדם החזר ההון ולא את הענ.נ.נ.

אם מקדם החזר הון של תקופה קצרה גדול יותר ממקדם החזר הון של תקופה ארוכה יותר אין צורך לעשות מכנה משותף הרי שאז הסכום רק יגדל אך הוא עדיין יישאר גדול יותר.

תרגילים במדדים לבחירת השקעות

שאלה ראשונה

משקיע בוחן שני פרויקטים המוציאים זה את זה:

פרויקט א'	
ע.נ.נ	הסתברות
1,200	0.5
400	0.5

פרויקט ב'	
ע.נ.נ	הסתברות
1,500	0.4
1,000	0.5
300	0.1

באיזה פרויקט יבחר משקיע שונא סיכון ובאיזה פרויקט יבחר משקיע אדיש לסיכון?

<u>שאלה שנייה</u>

מנהל חברה בוחן מספר פרויקטים בלתי תלויים להשקעה:

פרויקט	השקעה ראשונית בפרויקט	ערך נוכחי נקי של תקבולי הפרויקט
א'	100,000	-1,000
ב'	150,000	250,000
ג'	300,000	390,000
ד'	250,000	320,000

הנח שביצוע חלקי של פרויקטים אפשרי והוא כרוך בהקטנה יחסית של ההשקעה הראשונית ושל התקבולים הצפויים ממנו.

<u>נדרש:</u>

1. חשב את מדד הרווחיות בעבור כל אחד מהפרויקטים.
2. מה תהיה ההשפעה על מדד הרווחיות במידה וניתן לבצע ביצוע חלקי של 40% מכל פרויקט.
3. מהי תוכנית ההשקעה האופטימאלית?
4. מהי תוכנית ההשקעה האופטימאלית כאשר מנהל החברה מוגבל ל – 420,000 ₪?
5. חזור על סעיף 4 במידה ולא ניתן לבצע חלקי פרויקט.

<u>שאלה שלישית</u>

חברה מעוניינת לרכוש מכונה אשר תשרת אותה לנצח (כאשר המכונה לא תוכל לפעול תרכוש החברה אותה מכונה חדשה במקום הישנה), בפני החברה עומדות 3 אפשרויות לקניית מכונה, המכונות זהות בכושר הייצור שלהן, עלויות המכונות הינן:

	אורך חיי המכונה	עלות המכונה
מכונה א'	3	5,000
מכונה ב'	5	10,000
מכונה ג'	15	19,000

הנח שמחיר ההון של החברה הינו 7%.

איזה מכונה עדיפה (בהנחה שאין מיסים)?

פתרון תרגילים במדדים לבחירת השקעות

שאלה ראשונה

לפני שנחליט איזה פרויקט יבחר כל משקיע נמצא את התוחלת וסטיית התקן של שני הפרויקטים:

פרויקט א':

תחילה נחשב את תוחלת:

$$E = \sum_{i=1}^{n} (R_i \times P_i) = 1{,}200 \times 0.5 + 400 \times 0.5 = 800$$

כעת נחשב את סטיית התקן:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x_i})^2 = \frac{(1{,}200 - 800)^2 + (400 - 800)^2}{2}$$

$$\sigma^2 = \frac{160{,}000 + 160{,}000}{2} = 160{,}000$$

$$\sigma = \sqrt{160{,}000} = 400$$

הפרויקט א' תוחלת הע.נ.נ הינה 800 ₪ וסטיית התקן הינה 400.

פרויקט ב':

תחילה נחשב את תוחלת:

$$E = \sum_{i=1}^{n} (R_i \times P_i) = 1{,}500 \times 0.4 + 1{,}000 \times 0.5 + 300 \times 0.1 = 1{,}130$$

כעת נחשב את סטיית התקן:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x_i})^2 = \frac{(1{,}500-1{,}130)^2 + (1{,}000-1{,}130)^2 + (300-1{,}130)^2}{3}$$

$$\sigma^2 = \frac{136{,}900 + 16{,}900 + 688{,}900}{3} = 280{,}900$$

$$\sigma = \sqrt{280{,}900} = 530$$

<u>בפרויקט ב' תוחלת הע.נ.נ הינה 1,130 ₪ וסטיית התקן הינה 530.</u>

המסקנות אליהן הגענו עד כה:

$$E_A = 800 < 1{,}130 = E_B$$

$$\sigma_A = 400 < 530 = \sigma_B$$

<u>בפרויקט ב' התוחלת גבוהה יותר מפרויקט א' וכן סטיית התקן גדולה יותר ולכן משקיע אדיש לסיכון יבחר בפרויקט ב' הואיל והתוחלת בו גבוה יותר אולם לא ניתן לדעת מה יבחר משקיע שונא סיכון.</u>

שאלה שנייה

סעיף 1:

נחשב את מדד הרווחיות לכל אחד מהפרויקטים:

פרויקט א':

$$P.I. = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}}{|cf_0|} = \frac{100{,}000 - 1{,}000}{100{,}000} = 0.99 < 1$$

מדד הרווחיות לפרויקט א' הינו 0.99.

פרויקט ב':

$$P.I. = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}}{|cf_0|} = \frac{150{,}000 + 250{,}000}{150{,}000} = 2.667 > 1$$

מדד הרווחיות לפרויקט ב' הינו 2.667.

פרויקט ג':

$$P.I. = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}}{|cf_0|} = \frac{300{,}000 + 390{,}000}{300{,}000} = 2.3 > 1$$

מדד הרווחיות לפרויקט ג' הינו 2.3.

פרויקט ד׳:

$$P.I. = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}}{|cf_0|} = \frac{250{,}000 + 320{,}000}{250{,}000} = 2.28 > 1$$

מדד הרווחיות לפרויקט ד׳ הינו 2.28.

סעיף 2:

מדד הרווחיות לא ישתנה במידה ומדובר על ביצוע חלקי של 40% הואיל וגם המונה וגם המכנה יצטמצמו, המדד עצמו לא ישתנה.

סעיף 3:

הואיל ואין מגבלות על ההון של ההשקעה, מומלץ לחברה להשקיע בפרויקטים ב׳, ג׳ ו – ד׳, בפרויקט א׳ לא כדאי להשקיע הואיל ומדד הרווחיות שלו שלילי.

סעיף 4:

ההחלטה על תוכנית ההשקעה תיעשה לפי מדד הרווחיות, לפי סדר יורד, תחילה נשקיע בפרויקט בעל מדד הרווחיות הכי גבוה וכן הלאה...
כאשר תוכנית ההשקעה מוגבלת ל – 420,000 ₪, מומלץ למנהל החברה לבחור בפרויקט ב׳ שעלותו 150,000 ₪ ומדד הרווחיות הינו 2.667, לאחר מכן מומלץ למנהל החברה להשקיע בפרויקט ג׳ שעלותו 300,000 ₪, הואיל ומדד הרווחיות שלו הינו 2.3, אך במצב זה מנהל החברה יחרוג מהתקציב ולכן מומלץ לו להשקיע בהפרש שמהווה 270,000, כלומר לעשות ביצוע חלקי לפרויקט (כ – 90%).

סעיף 5:

הואיל ולא ניתן לעשות ביצוע חלקי מומלץ למנהל החברה להשקיע בפרויקט ב' שעלותו 150,000 ₪ (מדד הרווחיות הינו 2.667) וכעת איננו יכול להשקיע בפרויקט ג' ולכן מומלץ למנהל החברה להשקיע בפרויקט ד' בעלות של 250,000 ₪ (מדד הרווחיות הינו 2.28), כאשר לא ניתן לעשות ביצוע חלקי לפרויקט מנהל החברה לא ישתמש בכל ההון שלו אלא רק ב – 400,000 ₪ מתוכו, 20,000 יוקצו למחלקות אחרות בחברה.

שאלה שלישית

נחשב את החזר ההון השנתי של כל מכונה על מנת להחליט באיזו מכונה לבחור.

מכונה א':

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי סידרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 2.624 ולכן העלות השנתית עבור המכונה הינו:

$$AEV_A = \frac{I_0}{{}^{t}_{i}p.v.a} = \frac{-5{,}000}{2.624} = -1{,}905.49$$

העלות השנתית עבור מכונה א' הינה 1,905.49-.

מכונה ב':

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי סידרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 4.1 ולכן העלות השנתית עבור המכונה הינו:

$$AEV_B = \frac{I_0}{{}^{t}_{i}p.v.a} = \frac{-10{,}000}{4.1} = -2{,}439.02$$

העלות השנתית עבור מכונה ב' הינה 2,439.02-.

מכונה ג׳:

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי סידרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 9.107 ולכן העלות השנתית עבור המכונה הינו:

$$AEV_C = \frac{I_0}{\overset{t}{i}\,p.v.a} = \frac{-19{,}000}{9.107} = -2{,}086.3$$

העלות השנתית עבור מכונה א׳ הינה 2,086.3-.

על מנת להחליט איזה מכונה מומלץ לחברה לרכוש אנו מעוניינים להגיע לעלות השנתית הנמוכה ביותר אך על מנת שנוכל להשוות בין המקרים עלינו להגיע למכנה משותף, במקרה שלנו המכנה המשותף הוא 15 ולכן:

מכונה א׳:

עלינו להכפיל את העלות השנתית ב – 5 על מנת להגיע למכנה המשותף של 15:

$$AEV_A = -1{,}905.49 \times 5 = -9{,}527.4$$

העלות השנתית עבור מכונה א׳ הינה 9,527.4-.

מכונה ב׳:

עלינו להכפיל את העלות השנתית ב – 3 על מנת להגיע למכנה המשותף של 15:

$$AEV_B = -2{,}439.02 \times 3 = -7{,}317.07$$

העלות השנתית עבור מכונה ב׳ הינה 7,317.07-.

מכונה ג׳:

אין צורך להכפיל את העלות השנתית של מכונה זו:

$$AEV_C = -2{,}086.3$$

העלות השנתית עבור מכונה א׳ הינה 2,086.3-.

לאחר הבאת המדד למכנה משותף התוצאה מתהפכת ואנו מעדיפים את העלות השנתית הקטנה ביותר ולכן נבחר במכונה ג׳ שבה העלות השנתית הינה כ – 2,806.3 ₪ לשנה ולכן זו המכונה שמומלץ לחברה לרכוש.

תרגילי חזרה במימון בחירת תשובות בשיטה האמריקאית

שאלה ראשונה

הגדרות עזר:

פק״מ = פיקדון קצר מועד.

מק״מ = מלווה קצר מועד.

ברצונך להשקיע סכום כסף בתוכנית חיסכון לשנה, איזו חלופה מהחלופות הבאות תעדיף?

הנח ששיעור האינפלציה הצפוי לשנה הקרובה הוא 8%.

א. מק״מ המעניק תשואה שנתית שקלית של 20%.

ב. פק״מ חצי שנתי המשלם ריבית שקלית שנתית של 18% מחושבת פעמיים בשנה.

ג. תוכנית חסכון המשלמת ריבית שנתית צמודת מדד של 7% מחושבת רבעונית.

ד. פק״מ שקלי המשלם ריבית שקלית שנתית של 19% מחושבת חודשית.

שאלה שנייה

אדם לוקח משכנתא בגובה של 200,000 ₪, ב – 4 שנים הראשונות אין כל החזר, החל מהשנה הרביעית תוחזר המשכנתא בתשלומים סוף חודשיים שווים במשך 20 שנים, מהו גובה החזר החודשי במידה והריבית הנקובה על ההלוואה היא ריבית שנתית של 5% מחושבת חודשית?

א. 1,723.87

ב. 1,611.31

ג. 2,749.22

ד. 1,400.15

שאלה שלישית

אגרת חוב שפדיונה בעוד שנה משלמת ריבית ריאלית של 8%.

אגרת החוב לא צמודה שפדיונה בעוד שנה משלמת ריבית נומינלית של 16%

מכאן שהאינפלציה החזויה בשוק ההון בשנה הבאה היא:

א. 2%

ב. 1.88%

ג. 8%

ד. 7.4%

שאלה רביעית

שיעור האינפלציה החזוי לשנה הקרובה בישראל הוא 4% ובארה"ב 3%.
שיעור הריבית בישראל הוא 8% ובארה"ב הוא 5%.
בהנחה שאין מיסים ושערי החליפין בין המטבעות השונים נותר קבוע
השקעה של 1,000$ אמריקאיים:

א. בישראל תניב תשואה נומינלית גבוהה ב – 19 $ מארה"ב.

ב. בארה"ב תניב תשואה ריאלית גבוהה ב – 19 $ מישראל.

ג. בארה"ב תניב תשואה ריאלית זהה לישראל.

ד. בישראל תניב תשואה ריאלית גבוהה ב – 19 $ מארה"ב.

ה. בארה"ב תניב תשואה נומינלית גבוהה ב – 19 $ מישראל.

שאלה חמישית

הריבית האפקטיבית הסוף שנתית בבנק שלך הינה 44.025% בחישוב יומי,
מהי הריבית היומית בה אתה מחויב?

א. 0.12%

ב. 1%

ג. 1.2%

ד. 0.01%

ה. 0.1%

שאלה שישית

אדם רוכש מוצר במחיר של 6,000 ₪, אם ישלם במזומן יקבל הנחה של 15% מהמחיר, ניתן גם לשלם בכרטיס אשראי ואז יחויב החשבון ב – 6,300 ₪ בעוד 3 חודשים, הריבית החודשית בבנק הינה 4%, האם תשלם בכרטיס אשראי?

א. לא, כי הריבית בכרטיס מגיעה ל – 7.29%.

ב. אתה אדיש בין החלופות.

ג. לא, כי אתה מפסיד 300 ₪.

ד. כן, כי ה – pv נמוך ה – fv.

ה. כן, כי הריבית בכרטיס מגיעה ל – 3.9%.

שאלה שביעית

איזה חלופות הלוואה לשנה תועדף על ידך כהלוואה?

1. 12% צמודת $ מחושבת רבעונית (10% פיחות צפוי לדולר).
2. 7% צמודת מדד מחושבת חודשית (12% אינפלציה שנתית צפויה).
3. 10% צמודת $ מחושבת שבועית (נניח 50 שבועות בשנה ו – 10% פיחות לדולר).
4. 11% צמודת $ מחושבת חודשית (10% פיחות צפוי לדולר).
5. 21% ריבית שקלית סוף שנתית.

(רמז: המעבר מריבית דולרית לשקלית הוא ע"י $r = (1+r_{\$}) \times (1+s) - 1$

s = פיחות, $r_{\$}$ = ריבית דולרית)

שאלה שמינית

בעוד 7 שנים תזדקק ל – 100,000 ₪, פקיד ההשקעות בבנק מציע לך תוכנית חסכון בה ההשקעה היום של 30,800 ₪ תצמח לסכום זה, שער הריבית הנקוב השנתי בתוכנית החסכון בהנחה שהריבית מחושבת חודשית היא:

א. 18.32%

ב. 1.41%

ג. 16.94%

ד. 5.64%

שאלה תשיעית

ברצונך לחסוך לתוכנית פנסיה שתבטיח לך תגמולים של 20,000 ₪ בסוף כל שנה החל מגיל 65 למשך 25 שנים.

מהו הסכום אותו עליך לצבור בתוכנית הפנסיה בתחילת השנה שבה אתה בן 65 אם בתקופת הפנסיה הריבית הריאלית על ההפקדות היא 5% לשנה?

א. 281,879

ב. 173,425

ג. 209,743

ד. לא ניתן לדעת כי אין מספיק נתונים.

שאלה עשירית

אתה מפקיד כסף בתוכנית חסכון בהפקדות סוף שנתיות צמודות של 15,000 ₪ (במחירי היום), בסוף כל שנה.

מהו הערך הנוכחי של התשלומים אם התוכנית צמודה במלואה והפקדת 15 הפקדות סוף שנתיות.

הריבית הריאלית הינה 5% לשנה, האינפלציה בשנים 0-4 הינה 7% ובשנים 5-15 .8%

א. 71,037

ב. 100,000

ג. 155,695

ד. אף תשובה איננה נכונה, התשובה הנכונה היא _____

שאלה אחת עשרה

יש להשתמש באותם הנתונים של שאלה 10.

כמה כסף יעמוד לרשותך בתום תוכנית החיסכון?

א. 783,427

ב. 612,826

ג. 585,323

ד. אף תשובה איננה נכונה, התשובה הנכונה היא _____

שאלה שתיים עשרה

לקחת הלוואה בסך של 100,000 ₪, ההלוואה מוחזרת ב – 12 תשלומים תחילת תקופתיים, הריבית לתקופה הינה 9%, מהו ההחזר התקופתי?

א. 11,455

ב. 13,557

ג. 12,812

ד. אף תשובה איננה נכונה, התשובה הנכונה היא _____

שאלה שלוש עשרה

חברה לקחה הלוואה ל – 6 שנים בסך של 100,000 ₪ בריבית שנתית של 25%, התשלומים עבור ההלוואה הינה שווים ומשולמים בתום כל שנה, בתום 3 שנים מבקשת החברה לפרוע את ההלוואה, הבנק דורש קנס שבירה בסך של 10% מהיתרה בנוסף ליתרה עצמה.

מהו הסכום אותו החברה נדרשת לשלם?

א. 72,752

ב. 33,882

ג. 66,138

ד. אף תשובה איננה נכונה, התשובה הנכונה היא _____

שאלה ארבע עשרה

אתה מפקיד 150,000 ₪ בתוכנית חיסכון ל – 8 שנים, בנוסף מופקדים בתוכנית חיסכון עוד 7,000 ₪ בסוף כל שנה, כמה כסף יעמוד לרשותך בתום תקופת החיסכון אם הריבית הינה 10% לשנה?

א. 401,589

ב. 421,538

ג. 321,538

ד. 80,051

שאלה חמש עשרה

הנח שרכשת מפעל בעלות של 300,000 ₪, מתוכם 25% משולמים כמקדמה והיתרה ב – 30 שנים (בסוף כל שנה), בריבית של 10%, מהו גובה התשלום השנתי?

א. 31,827

ב. 25,438

ג. 29,577

ד. 23,867

שאלה שש עשרה

חשב את ערכם העתידי של 100 ₪ בפיקדון ל – 5 שנים אם הריבית הנקובה בתנאי הפיקדון היא 4% לשנה מחושבת אחת לרבעון.

א. 105.1

ב. 137.413

ג. 122.019

ד. אף תשובה איננה נכונה, התשובה הנכונה היא _____

פתרון תרגילי חזרה במימון בחירת תשובות בשיטה האמריקאית

שאלה ראשונה

על מנת שנוכל להשוות בין המקרים נהפוך את הנתונים לריבית אפקטיבית שנתית בכל אחד מהמקרים:

א. זוהי ריבית אפקטיבית המעניקה 20% (תשואה = ריבית אפקטיבית).

ב. נחשב ריבית אפקטיבית שנתית:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = \left(1 + \frac{0.18}{2}\right)^2 - 1 = 18.81\%$$

הואיל והריבית מחושבת פעמיים בשנה הריבית האפקטיבית תהיה 18.81%.

ג. תחילה נחשב ריבית אפקטיבית שנתית (ללא התייחסות למדד):

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = \left(1 + \frac{0.07}{4}\right)^4 - 1 = 7.185\%$$

זוהי הריבית האפקטיבית ללא התייחסות לאינפלציה.

לפי נוסחת פישר ניתן למצוא את הריבית השקלית, נציין שהנוסחא מראה שהחישוב ייתן תוצאה של ריבית נומינלית אך המשמעות של

החישוב במקרה זה נותן את הריבית האמיתית שנשלם ולכן מדובר על ריבית אפקטיבית:

$$i = (1+r)\times(1+p)-1$$
$$i = (1+0.07185)\times(1+0.08)-1 = 15.75\%$$

למרות שהצבנו בנוסחא של ריבית נומינלית הריבית האמיתית המשולמת על ההלוואה כוללת את האינפלציה ולכן היא 15.75% (הריבית הנומינלית שווה לאפקטיבית בהנחה שלוקחים בחשבון את האינפלציה).

ד. נחשב ריבית אפקטיבית שנתית:

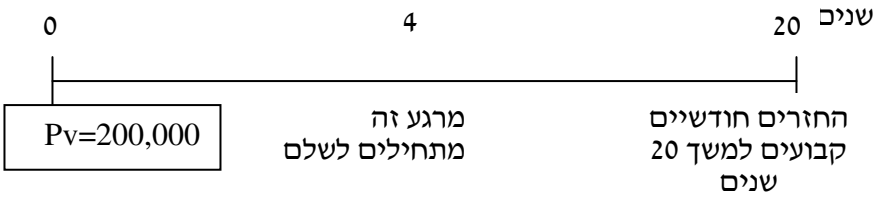
$$r = \left(1+\frac{i}{n}\right)^{n}-1$$
$$r = \left(1+\frac{0.19}{12}\right)^{12}-1 = 20.74\%$$

הואיל והריבית מחושבת כל חודש הריבית האפקטיבית השנתית תהיה 20.74%.

<u>תשובה ד': כל אדם מעוניין לקבל את התשואה הגבוהה ביותר על החיסכון (בניגוד להלוואה), ולכן נרצה להשקיע בחלופה ד' כלומר ריבית אפקטיבית שנתית של 20.74%.</u>

<u>שאלה שנייה</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



עלינו לחשב את ערך המשכנתא לאחר 4 שנים, נעשה זאת בשתי דרכים:

<u>דרך א':</u>

הריבית האפקטיבית החודשית היא:

$i = r = 5\%/12 = 0.004166 = 0.4166\%$

נחשב את ערך המשכנתא לאחר 4 שנים, התקופה היא 48 הואיל ומדובר על 12 חודשים בשנה ויש 4 שנים

$$fv = pv(1+i)^n$$

$$fv = 200{,}000 \times (1+0.004166)^{4*12} = 244{,}171$$

<u>דרך ב':</u>

נחשב ריבית שנתית אפקטיבית:

$$r = \left(1+\frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = (1+0.004166)^{12} - 1 = 5.115\%$$

נחשב את ערך המשכנתא לאחר 4 שנים:

$$fv = pv(1+i)^n$$

$$fv = 200{,}000 \times (1+0.05115)^4 = 244{,}171$$

(**שימו לב** שיכול להיות הבדל בתשובה לפי כמות המספרים שבחרתם לאחר הנקודה).

<u>כעת שתי הדרכים מתאחדות</u>:

בכל מקרה עלינו לחשב את הריבית החודשית האפקטיבית על מנת להיעזר בה להמשך התרגיל, עלינו להחזיר את המשכנתא 20 שנים כלומר 240 חודשים ולכן ההחזר הקבוע הוא:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$244{,}171 = A \times \frac{(1+0.004166)^{240} - 1}{0.004166 \times (1+0.004166)^{240}}$$

$$A = 1{,}611.31$$

<u>תשובה ב': ההחזר הקבוע החודשי הוא 1,611.31 ₪.</u>

שאלה שלישית

מתוך השאלה נסיק שהריבית הריאלית הינה 8% והריבית הנומינלית הינה 16% על מנת למצוא את שיעור האינפלציה נציב הנוסחא הבאה:

$$R = \frac{(1+i)}{(1+p)} - 1$$

$$(1+R) \times (1+p) = (1+i)$$

$$(1+p) = \frac{(1+i)}{(1+R)}$$

$$p = \frac{(1+i)}{(1+R)} - 1$$

$$p = \frac{(1+0.16)}{(1+0.08)} - 1 = 7.4\%$$

תשובה ד': שיעור האינפלציה החזוי בשוק ההון הינו 7.4%.

שאלה רביעית

על מנת לענות על שאלה זו נחשב את הריבית הריאלית בישראל ובארה"ב, מהנתונים ניתן להסיק שהפער בריבית הנומינלית לא יניב פער של $19.

ריבית ריאלית בישראל:

$$R = \frac{(1+i)}{(1+p)} - 1$$

$$R = \frac{(1+0.08)}{(1+0.04)} - 1 = 3.846\%$$

ריבית ריאלית בארה״ב:

$$R = \frac{(1+i)}{(1+p)} - 1$$

$$R = \frac{(1+0.05)}{(1+0.03)} - 1 = 1.942\%$$

ההפרש בין התשואה על השקעת $1,000 בישראל ולא בארה״ב היא:

$$1{,}000 \times (0.03846 - 0.01942) = 19$$

<u>תשובה ד׳: ישראל תניב תשואה ריאלית גבוהה ב – $19 מארה״ב.</u>

<u>שאלה חמישית</u>

עלינו להציב בנוסחא של ריבית נומינלית (בתקופות קטנות הריבית האפקטיבית שווה לנומינלית):

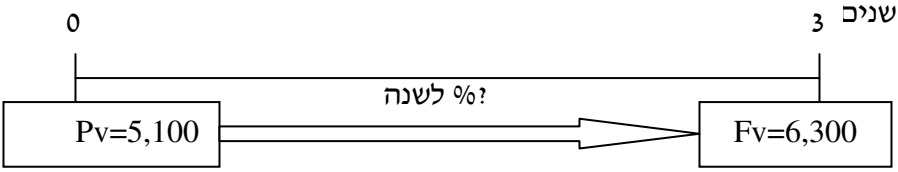
$$i = (1+r)^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$i = (1+0.44025)^{\frac{1}{365}} - 1 = 0.000999 \cong 0.001 = 0.1\%$$

<u>תשובה ה׳: הריבית היומית הינה 0.1%.</u>

<u>שאלה שישית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



על מנת לבחון את כדאיות הרכישה בתשלומים נמצא את הריבית האפקטיבית החודשית הגלומה באשראי של בהשוואה לקנייה במזומן (הכוללת את ההנחה), אם נשלם במזומן יהיה עלינו לשלם:

$$6,000 * (1 - 0.15) = 5,100$$

אנו יודעים שניתן לשלם בעוד שלושה חודשים סכום של 6,300 ₪ ולכן הריבית האפקטיבית החודשית הינה:

$$pv = \frac{fv}{(1+i)^n}$$

$$5,100 = \frac{6,300}{(1+i)^3}$$

$$(1+i)^3 = \frac{6,300}{5,100} = 1.235$$

<u>דרך א':</u>

לאחר שמצאנו את המקדם נפנה ללוח ההיוון של מקדם ערך עתידי ונחפש את הקירוב לספרה 1.235, את החיפוש נעשה בשורה 3, והעמודה המתאימה היא בקירוב בין 7% לבין 8%.

דרך ב׳:

על מנת לבטל את החזקה נעלה את שני הצדדים בחזקת 1/3:

$$(1+i)^3 = 1.235 \Big|^{\frac{1}{7}}$$

$$i = 7.29\%$$

תשובה א׳: עדיף לשלם במזומן תוך שימוש בריבית הבנק (ריבית חודשית של 4%) ולא לשלם באשראי בריבית של 7.29%.

שאלה שביעית

על מנת שנוכל להשוות בין המקרים נהפוך את הנתונים לריבית אפקטיבית שנתית שקלית בכל חלופה:

1. הריבית האפקטיבית הדולרית:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = \left(1 + \frac{0.12}{4}\right)^4 - 1 = 12.55\%$$

מכאן ניתן לחשב את הריבית האפקטיבית השקלית:

$$r = (1 + r_{\$}) \times (1 + s) - 1$$

$$r = (1 + 0.1255) \times (1.1) - 1 = 23.805\%$$

הריבית השקלית האפקטיבית הינה 23.805%.

2. (צמודת מדד = ריאלית) הריבית האפקטיבית הריאלית הינה (בחישוב חודשי):

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{n} - 1$$

$$r = \left(1 + \frac{0.07}{12}\right)^{12} - 1 = 7.229\%$$

לפי נוסחת פישר ניתן למצוא את הריבית השקלית:

$$i = (1 + r) \times (1 + p) - 1$$

$$i = (1 + 0.07229) \times (1 + 0.12) - 1 = 20.096\%$$

למרות שהצבנו בנוסחא של ריבית נומינלית הריבית האמיתית המשולמת על ההלוואה כוללת את האינפלציה ולכן היא 20.096% הינה ריבית אפקטיבית (הריבית הנומינלית שווה לאפקטיבית בהנחה שלוקחים בחשבון את האינפלציה).

3. הריבית האפקטיבית הדולרית:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{n} - 1$$

$$r = \left(1 + \frac{0.1}{50}\right)^{50} - 1 = 10.5\%$$

מכאן ניתן לחשב את הריבית האפקטיבית השקלית:

$$r = (1 + r_{\$}) \times (1 + s) - 1$$

$$r = (1 + 0.105) \times (1.1) - 1 = 21.55\%$$

הריבית השקלית האפקטיבית הינה 21.55%.

4. הריבית האפקטיבית הדולרית:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{n} - 1$$

$$r = \left(1 + \frac{0.11}{12}\right)^{12} - 1 = 11.57\%$$

מכאן ניתן לחשב את הריבית האפקטיבית השקלית:

$$r = (1 + r_{\$}) \times (1 + s) - 1$$

$$r = (1 + 0.1157) \times (1.1) - 1 = 22.727\%$$

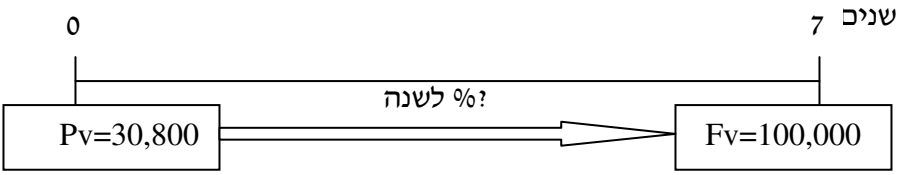
הריבית השקלית האפקטיבית הינה 22.727%.

5. הריבית האפקטיבית השנתית הינה 21%.

<u>תשובה ב': כל אדם מעוניין לקבל את הריבית הנמוכה ביותר על ההלוואה (בניגוד לחיסכון), ולכן נרצה לקחת את חלופה ב' כלומר ריבית אפקטיבית שנתית של 20.096%.</u>

שאלה שמינית

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



דרך א':

נשים לב שפשוט מקבלים ריבית עבור השקעה ל – 7 שנים, נמצא את הריבית האפקטיבית השנתית של תוכנית החיסכון:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$100{,}000 = 30{,}800 \times (1+i)^7$$

$$3.246 = (1+i)^7$$

ניתן למצוא את הריבית באמצעות פנייה ללוח ההיוון של מקדם ערך עתידי ונחפש את הקירוב לספרה 3.246, את החיפוש נעשה בשורה 7, והעמודה המתאימה היא בקירוב בין 18% לבין 19%.

אפשרות נוספת למציאת הריבית בצורה מדויק ניתנת על ידי ביטול החזקה, כלומר נעלה את שני האגפים בחזקת – 1/7:

$$3.246 = (1+i)^7 \Big|^{\frac{1}{7}}$$

$$i = 18.32\%$$

נחשב את הריבית האפקטיבית החודשית:

$$i = (1+r)^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$i = (1+0.1832)^{\frac{1}{12}} - 1 = 1.411\%$$

הריבית האפקטיבית החודשית הינה 1.41% (כנ"ל גם הנומינלית החודשית)

ולכן הריבית

<u>דרך ב':</u>

נחשב את הריבית האפקטיבית החודשית ישירות, ישנן 84 תקופות הואיל ויש 7 שנים ובכל שנה 12 חודשים ולכן:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$100{,}000 = 30{,}800 \times (1+i)^{84}$$

$$3.246 = (1+i)^{84}$$

על מנת לבטל את החזקה נעלה את שני האגפים בחזקת – 1/84:

$$3.246 = (1+i)^{84} \Big|^{\frac{1}{84}}$$

$$i = 1.411\%$$

<u>כעת שתי הדרכים מתאחדות:</u>

הריבית הנומינלית השנתית הינה:

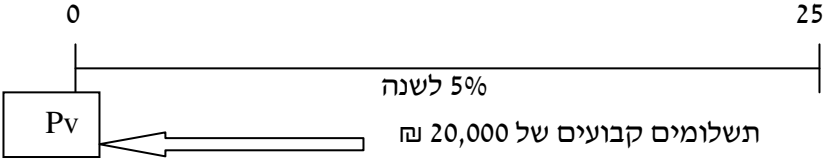
$$1.411\% * 12 = 16.94\%$$

<u>תשובה ג': הריבית הנקובה השנתית על החיסכון הינה 16.94%.</u>

<u>שאלה תשיעית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:

שנים:



בשאלה זו עלינו להבין שהריבית הריאלית שווה לריבית האפקטיבית ולכן:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

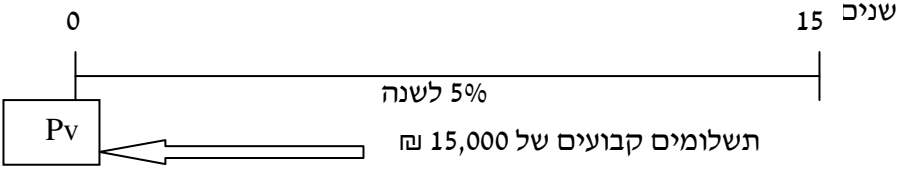
$$pva = 20{,}000 \times \frac{(1+0.05)^{25} - 1}{0.05 \times (1+0.05)^{25}}$$

$$pva = 281{,}879$$

<u>תשובה א': עליו לצבור בתוכנית הפנסיה בתחילת השנה שבו הוא בן 65 281,879 ₪ על מנת לקבל תקבול של 20,000 ₪ בכל סוף שנה.</u>

<u>שאלה עשירית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



תחילה עלינו לשים לב שהריבית האמיתית (הריאלית) בשאלה זו הינה 5% ולכן:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$pva = 15{,}000 \times \frac{(1+0.05)^{15} - 1}{0.05 \times (1+0.05)^{15}}$$

$$pva = 155{,}695$$

<u>תשובה ג': ערכו הנוכחי של התשלומים בתוכנית צמודה הינה 155,695 ₪.</u>

<u>שאלה אחת עשרה</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:

שאלה זו מבוססת על הנתונים מסעיף 10, לפי משוואת פישר ניתן לחשב את הריבית הנומינלית ב – 4 שנים הראשונות:

$$i = (1+r)\times(1+p)-1$$
$$i = (1.05)\times(1.07)-1 = 12.35\%$$

הערך הנומינלי העתידי של ההפקדות בתום 4 שנים הוא:

$$fva = A\times\frac{(1+i)^n-1}{i}$$
$$fva = 15{,}000\times\frac{(1+0.1235)^4-1}{0.1235}$$
$$fva = 72{,}058$$

נותרו עוד 11 שנים, לפי משוואת פישר ניתן לחשב את הריבית הנומינלית ב – 11 שנים האחרונות:

$$i = (1+r)\times(1+p)-1$$
$$i = (1.05)\times(1.08)-1 = 13.4\%$$

נצמיד את החיסכון שמצאנו לאחר 11 שנה:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$
$$fv = 72{,}058 \times (1+0.134)^{11}$$
$$fv = 287{,}360$$

287,360 ₪ זהו הערך העתידי לאחר 15 שנה של ההפקדות ב – 4 שנים הראשונות.

הערך הנומינלי העתידי של ההפקדות בתום 11 שנים הוא:

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$
$$fva = 15{,}000 \times \frac{(1+0.134)^{11} - 1}{0.134}$$
$$fva = 334{,}466$$

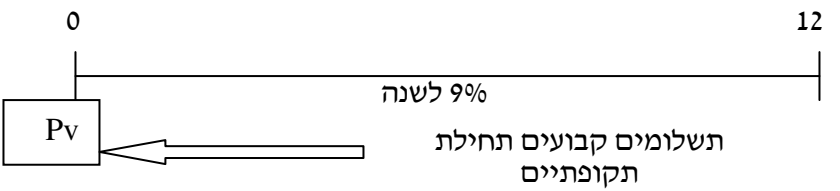
כעת ניתן לחשב את הצבירה בתוכנית חיסכון לאחר 15 שנה:

$$fv = 287{,}360 + 334{,}466 = 612{,}826$$

<u>תשובה ב': בתום תוכנית החיסכון יעמוד לרשות המפקיד 612,826 ₪.</u>

<u>שאלה שתיים עשרה</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



על מנת למצוא את ההחזר התקופתי עלינו להציב בנוסחא של ערך נוכחי סידרתי לתחילת תקופה:

$$pva = A \times (1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$100{,}000 = A \times (1+0.09) \times \frac{(1+0.09)^{12} - 1}{0.09 \times (1+0.09)^{12}}$$

$$A = 12{,}812$$

<u>תשובה ג': ההחזר התקופתי הקבוע הוא 12,812 ₪.</u>

<u>שאלה שלוש עשרה</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:

על מנת למצוא את שווי ההלוואה לאחר 3 שנים עלינו תחילה למצוא את ההחזר התקופתי הקבוע בהלוואה:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$100{,}000 = A \times \frac{(1+0.25)^6 - 1}{0.25 \times (1+0.25)^6}$$

$$A = 33{,}882$$

יתרת החוב לבנק הינה 33,882 בשלושה תשלומים (סה"כ 6 שנים עברו 3 שנים כלומר נותרו עוד 3 תשלומים), נחשב את ערכם הנוכחי (בציר הזמן אנו בתום 3 שנים):

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$pva = 33{,}882 \times \frac{(1+0.25)^3 - 1}{0.25 \times (1+0.25)^3}$$

$$pva = 66{,}138$$

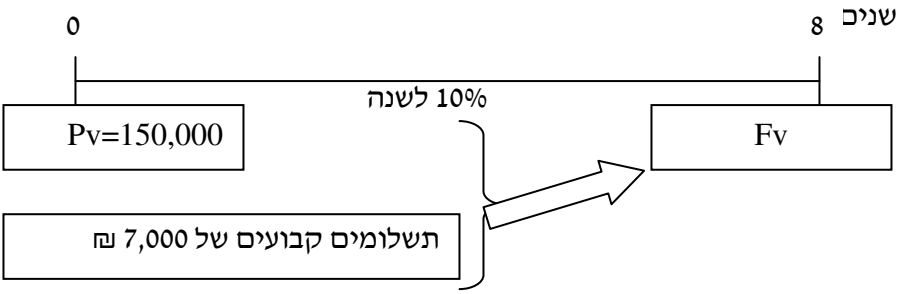
נתון בשאלה שבתאריך בשבירת תוכנית החיסכון עלינו לשלם 10% ולכן תוספת:

$$66{,}138 * 1.1 = 72{,}752$$

<u>תשובה א': במידה והחברה תרצה לשבור את תוכנית החיסכון עליה יהיה לשלם 72,752 ₪.</u>

<u>שאלה ארבע עשרה</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



ראשית נחשב את ערכו העתידי של הסכום שמושקע באופן חד פעמי, כמובן שבמקום הצבה בנוסחא ניתן להכפיל את ההפקדה 150,000 במקדם ערך עתידי בריבית של 10% ל – 8 שנים, כלומר 2.144:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$
$$fv = 150{,}000 \times (1+0.1)^8$$
$$fv = 321{,}538$$

שנית נחשב את ערכם העתידי של ההפקדות החודשיות במשך 8 שנים בריבית שנתית של 10%, באופן דומה ניתן להכפיל את ההפקדה השנתית במקדם ערך עתידי סידרתי כלומר ב – 11.43:

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$
$$fva = 7{,}000 \times \frac{(1+0.1)^8 - 1}{0.1}$$
$$fva = 80{,}051$$

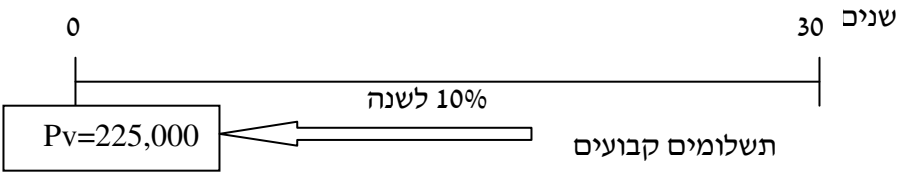
סה"כ הסכום שיצטבר לאחר 8 שנים הוא:

$$321{,}538 + 80{,}051 = 401{,}589$$

<u>תשובה א': בתום תקופת החיסכון יעמוד לרשותך 401,589 ₪.</u>

<u>שאלה חמש עשרה</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



חלק מהסכום שילמנו במזומן (25%) וחלק הוחלט לשלם בתשלומים במשך 30 שנה, נחשב את הסכום שאותו פיצלנו לתשלומים:

$$pv = 300{,}000 \times (1 - 0.25) = 225{,}000$$

כעת ניתן לחשב את גובה התשלום השנתי הקבוע למשך 30 שנים בריבית של 10%:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

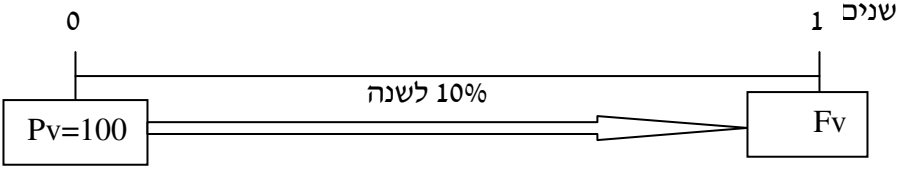
$$225{,}000 = A \times \frac{(1+0.1)^{30} - 1}{0.1 \times (1+0.1)^{30}}$$

$$A = 23{,}867$$

<u>תשובה ד': התשלום השנתי הקבוע הינו 23,867 ₪.</u>

<u>שאלה שש עשרה</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



נבצע את החישוב בשתי דרכים:

<u>דרך א':</u>

נתון לנו בשאלה את הריבית הנקובה לשנה ובאמצעותה נחשב את הריבית לרבעון:

$$\frac{4\%}{4} = 1\%$$

בשנה ישנם 4 רבעונים ולכן ב – 5 שנים יש 20 רבעונים, ניתן בנוסף להכפיל 100 במקדם הערך העתידי בריבית של 1% ל – 20 שנה כלומר 1.22, ערכו העתידי של 100 ₪ ללא לוח היוון הוא:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$
$$fv = 100 \times (1+0.01)^{20}$$
$$fv = 122.019$$

דרך ב׳:

נחשב את הריבית האפקטיבית השנתית:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = \left(1 + \frac{0.04}{4}\right)^4 - 1$$

$$r = 4.06\%$$

כעת ניתן לחשב את הערך העתידי של 100 ₪ לאחר 5 שנים:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$fv = 100 \times (1 + 0.0406)^5$$

$$fv = 122.019$$

תשובה ג׳: ערכם העתידי של 100 ₪ בפיקדון ל – 5 שנים הוא 122.019 ₪.

תרגילי חזרה

1. אתה עומד לפרוש היום מתפקידך, הינך זכאי לתשלום פנסיה שנתית קבועה של 40,000 ₪ למשך 25 שנה, התשלום הראשון היום, עם זאת אתה רשאי לחילופין לדרוש פיצוי חד פעמי היום, מהו הסכום החד פעמי המינימאלי שיפצה אותך על תשלומי הפנסיה (ידוע ששער הריבית הינה 5%)?
2. לאחר שהשקעת סכום כסף בתוכנית חסכון, נצברו בה כעבור 3 שנים 26,172.91 ₪ וכעבור 5 שנים נצברו בה 31,313.62 ₪, מהו שער הריבית הנקובה בתוכנית החיסכון במידה והחישוב נעשה על בסיס חודשי?
3. בנק מציע ללקוחותיו להפקיד 200,000 ₪ ולקבל הכנסה חודשית של 6,000 ₪ למשך 10 שנים, מהי הריבית הסוף שנתית האפקטיבית שמציע הבנק?
4. אתה מפקיד 24 הפקדות חודשיות של 1,000 ₪ החל מהיום, כמה יצטבר לזכותך בעוד שנתיים מהיום, במידה והריבית החודשית הינה 1% לחודש בשנה הראשונה ו – 1.5% לחודש בשנה השנייה.
5. לצורך בניית אזור מחסנים שמחירו הוא 2 מיליון ₪, קיבלת הלוואה של 700,000 ₪ ל – 10 שנים בריבית שנתית אפקטיבית של 10% והחזרים סוף שנתיים שווים, היתרה תגויס מהבנק שלך באותם תנאים אך בריבית של 30%, הבנייה היא ל – 10 שנים, מהו שכר הדירה השנתי המינימאלי בו תחייב את השוכרים (במהלך תקופת הבניה למשך 10 שנים) לכל מחסן אם סך הבנייה מספיקה ל – 10 מחסנים?

6. לפרויקט מסוים נדרשת השקעה של 100,000 ₪ והוא אינו מניב תקבולים כלשהם במשך מספר שנים, לאחר מספר שנים זה, מתחיל הפרויקט להניב תקבולים שנתיים של 25,377 ₪ לנצח, כמה שנים תהיה מוכן לחכות לתחילתו של זרם התקבולים הקבוע, ידוע ששער הריבית הינה 8%?
7. אתה מעוניין לרכוש מוצר חשמלי, אם מחיר הכסף שלך הוא 2% לחודש באיזה תנאים תעדיף לשלם:
   א. לשלם 9,000 ₪ בכל רבעון (במשך שנה).
   ב. 27,000 ₪ במזומן.
   ג. לשלם בעוד חצי שנה 33,000 ₪.
   ד. 10,000 ₪ במזומן והיתרה ב- 12 תשלומים חודשיים של 2,000 ₪ כל אחד.
8. הוצאת סד של 2,000 ₪ על סקר שהראה שאם תשקיע סד של 10,000 ₪ תקבל בכל שנה במשך 6 השנים הבאות 2,000 ₪, האם תבצע את הפרויקט בשער ריבית של 5%?
9. נניח שניתן ללוות ולהלוות בריבית שנתית של 20%, אתה צפוי לתקבולים הבאים:
   בעוד שנה 9,600 ₪, בעוד שנתיים 17,280 ₪ ו – 14,400 ₪ בעוד שלוש שנים, איזה סכום שנתי זהה (בכל שלושת השנים) ישאיר אותך באותה רמה כלכלית?
10. הינך יכול לרכוש אג"ח המשלמת לנצח 77 ₪ לשנה, מחירה של האג"ח הינו 700 ₪ מהי הריבית האפקטיבית לה תזכה אם תרכוש את האג"ח?

11. כמה שווה היום אג"ח המניב 120 ₪ לצמיתות בתום כל שנה, החל מבעוד 4 שנים, ריבית השוק הינה 8%?
12. כמה תצטרך להפקיד היום כדי לקבל בעוד 3 שנים 100,000 ₪, הריבית במשך בשנה הקרובה הינה 5% ועתידה לעלות ב – 2% נוספים בכל שנה לאחר מכן?
13. מוצר נמכר במזומן ב – 5,000 ₪, לחילופין ניתן לשלם 1,192 ₪ במזומן ועוד 4 תשלומים חודשיים של 1,000 ₪ (סוף חודש), מהו שער הריבית השנתי האפקטיבי לקניה בתשלומים?
14. לקחת הלוואה של 100,000 ₪ לשלושה חודשים בריבית חודשית של 3%, הסכם ההלוואה קובע החזרים הולכים וגדלים: בחודש הבא X, בעוד חודשיים 2X ובעוד שלושה חודשים 3X מהו ההחזר בתום החודש הראשון?
15. מהי הריבית השנתית הנקובה אם ידוע שהריבית האפקטיבית השנתית הינה 35% מחושבת חודשית?
16. ידוע שפרויקט מתוכנן נותן תקבול של 10,000 ₪ היום, 8,000 בעוד שנה ומצריך הוצאה מסוימת בעוד שנתיים, שת"מ הפרויקט הוא 13% ושער הריבית בשוק הוא 10% האם כדאי להשקיע בפרויקט?
17. להלן 2 השקעות:

	0	1
A	3,000-	4,800
B	5,285.72-	8,000

באיזה שער ריבית יהיה ענ"נ 2 ההשקעות זהה?

18. בשנה מסוימת הייתה אינפלציה של 2% לחודש, באותה שנה בעבור הלוואות צמודות מדד ניתן לקבל 6.5% ריבית שנתית נומינלית מחושבת רבעונית, מהי הריבית האפקטיבית הסוף שנתית?
19. מהי הריבית האפקטיבית השנתית של הלוואה הניתנת בריבית נקובה של 28% בחישוב רציף?
20. מהי הריבית האפקטיבית השנתית של הלוואה הניתנת בריבית נקובה של 32% מחושבת רבעונית והריבית מנוכה מראש בכל רבעון?
21. לפרויקט שאורך חייו 3 שנים יש ענ"נ של 1,108 ₪ במחיר הון של 15%, ההשקעה הנדרשת היום היא 11,000 ₪, התקבולים בשנים 1-3 שווים, מהו שת"פ הפרויקט?
22. חוסך רוצה להבטיח לעצמו הכנסה של 3,000 ₪ החל מבעוד חודש מהיום למשך 3 שנים, כמה יצטרך להפקיד החוסך היום אם הריבית האפקטיבית הסוף שנתית הינה 18.39%?
23. השקעה של 100,000 ₪ נותנת זרם שנתי ריאלי (בערכי קניה של תקופה 0), של 40,000 ₪ במשך שש שנים, מהו ענ"נ הפרויקט אם הריבית הנומינלית היא 19% והאינפלציה החזויה הינה 8%?
24. רכשת דירה בעלות של 250,000 ₪ מתוכם 20% משולמים כמקדמה והיתרה במהלך 15 שנים בתשלומים חצי שנתיים (בסוף כל חצי שנה), אם הריבית החוזית הינה 16% לשנה מהו גובה התשלום החצי שנתי?
25. הפקדת X שקלים בתוכנית חסכון, להפתעתך הרבה כעבור 5 שנים גילית שסכום הכסף גדל ב – 40%, כמה שנים נוספות עליך להמתין עד שסכום ההפקדה יוכפל?

26. חשב האת ענ״נ הפרויקט אם ידוע שמקדם ההיוון בשנה השלישית הוא 0.816:

שנה	0	1	2	3	4
תזרים	0	1,000-	500	600	300

27. להלן 2 פרויקטים:

שנה	0	1	2	3	4
פרויקט A	20,000-	2,000	6,000	8,000	10,000
פרויקט B	15,000-	4,000	4,500	5,500	6,000

מחיר ההון הינו 12%, איזה פרויקט תעדיף לפי כלל הענ״נ ואיזה פרויקט תעדיף לפי כלל השת״פ?

28. להלן נתונים על תזרימי מזומנים ודאיים הצפויים מ – 3 פרויקטים חד פעמיים המוצאים זה את זה:

שנה	0	1	2	3	IRR
פרויקט A	600-	0	726	0	10%
פרויקט B	700-	770	11	11	12.63
פרויקט C	100-	105	0	0	5%

החברה בוחנת את כדאיות הפרויקטים והגיעה למסקנה שהיא אדישה בין להשקיע בפרויקט C ולבין האפשרות לדחותו, באיזה פרויקט תבחר החברה?

29. חברה יכולה להשקיע באחד משני הפרויקטים הבאים:

א. השקעה של 250,000 ₪ תניב תקבול של 325,000 ₪ בעוד שנתיים.

ב. השקעה של 250,000 ₪, תניב תקבול של 432,000 ₪ בעוד 6 שנים.

מהו השת"פ בכל אחד מהפרויקטים? ובאיזה פרויקט היית משקיע?

30. סוכנות רכב מציעה לך לרכוש מכונית ב – 100,000 ₪ במזומן או לחילופין ב – 25,000 ₪ במזומן ועוד 4 תשלומים של 20,000 מדי סוף חודש. מהו שיעור הריבית האפקטיבית הגלום בהצעה של רכישה בתשלומים?

פתרון תרגילי חזרה

שאלה ראשונה

על מנת לפתור שאלה זו עלינו להיעזר במקדם ערך נוכחי סידרתי:

$$pva = A \times (1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$pva = 40{,}000 \times (1+0.05) \times \frac{(1+0.05)^{25} - 1}{0.05 \times (1+0.05)^{25}}$$

$$pva = 591{,}945$$

הסכום החד פעמי המינימאלי שיפצה על הפנסיה הוא 591,945 ₪.

שאלה שנייה

לפי נתוני השאלה הערך הנוכחי שממנו נתחיל את הפתרון הוא לאחר שעברו 3 שנים ויש פער של שנתיים בנתונים:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$31{,}313.62 = 26{,}172.91 \times (1+i)^2$$

$$1.196 = (1+i)^2 \Big/ \frac{1}{2}$$

$$1.0938 = 1+i$$

$$i = 9.38$$

הריבית האפקטיבית הינה 9.38%, כעת נחשב את הריבית הנומינלית:

$$i = (1+r)^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$i = (1+0.0938)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0.7499\%$$

זוהי הריבית הנומינלית החודשית, על מנת לקבל ריבית נומינלית שנתית נכפיל ב – 12 :

$$0.7499 * 12 = 0.08999 \cong 9\%$$

<u>הריבית הנומינלית השנתית הינה 9%.</u>

<u>שאלה שלישית</u>

עלינו להציב את הנתונים במקדם ערך נוכחי סידרתי ולמצוא את הריבית האפקטיבית החודשית, נשים לב שמספר התקופות הוא 120 :

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$200{,}000 = 6{,}000 \times \frac{(1+i)^{120} - 1}{i \times (1+i)^{120}}$$

$$33.333 = \frac{(1+i)^{120} - 1}{i \times (1+i)^{120}}$$

עלינו להסתכל בלוח היוון של מקדם ערך נוכחי סידרתי ולחפש ב – 120 שנים את הסכום 33.333, לפי לוח היוון זה בערך 3%, בחישוב מדויק ייצא 2.903255%.

כעת עלינו לחשב את הריבית השנתית האפקטיבית :

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = (1 + 0.029)^{12} - 1 = 40.97\%$$

(אם נחשב לפי 3% חודשי יצא 42.57% אך עליכם לשים לב מלכתחילה שזה לא מדויק הואיל וזה לא נמצא בלוח היוון).

<u>הריבית האפקטיבית השנתית שמציע הבנק היא 40.97%.</u>

<u>שאלה רביעית</u>

תחילה נהוון את ההפקדות מהשנה הראשונה:

$$fva = A \times (1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$fva = 1{,}000 \times (1+0.01) \times \frac{(1+0.01)^{12} - 1}{0.01}$$

$$fva = 12{,}809$$

זהו הסכום שנצבור בסוף השנה הראשונה, כעת נהוון סכום זה לסוף השנה השנייה:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$fv = 12{,}809 \times (1+0.015)^{12} \cong 15{,}315$$

כעת נחשב את הסכום של ההפקדות בשנה השנייה:

$$fva = A \times (1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$fva = 1{,}000 \times (1+0.015) \times \frac{(1+0.015)^{12} - 1}{0.015}$$

$$fva \cong 13{,}237$$

לאחר שנתיים נצבור בתוכנית חסכון את סכום ההפקדות:

$$fv = 15{,}315 + 13{,}237 = 28{,}552$$

<u>לאחר שנתיים נצבור בתוכנית חסכון 28,552 ₪.</u>

<u>שאלה חמישית</u>

עלינו לחשב את ההחזר השנתי מ – 2 ההלוואות, ההלוואה בסך 700,000 ₪:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$700{,}000 = A \times \frac{(1+0.1)^{10} - 1}{0.1 \times (1+0.1)^{10}}$$

$$A \cong 113{,}922$$

כעת נחשב את ההחזר השנתי מיתרת ההלוואה:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$(2{,}000{,}000 - 700{,}000) = A \times \frac{(1+0.3)^{10} - 1}{0.3 \times (1+0.3)^{10}}$$

$$A \cong 420{,}502$$

בכל שנה החברה תדרוש מכל מחסן את העלות השנתית היחסית (לחלק ל – 10 מחסנים):

$$\frac{113{,}922 + 420{,}502}{10} = \frac{534{,}424}{10} \cong 53{,}442$$

<u>שכר הדירה המינימאלי שתחייב החברה את כל אחד משוכרי המחסנים הוא 53,442 ₪ לשנה.</u>

<u>שאלה שישית</u>

הערך של התקבול באינסוף הוא:

$$\frac{A}{I} = \frac{25{,}377}{0.08} = 317{,}212.5$$

כעת נבדוק מהו מספר השנים שנסכים להמתין לסכום זה:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$317{,}212.5 = 100{,}000 \times (1+0.08)^n$$

$$3.172 = (1+0.08)^n$$

נחפש בלוח היוון של מקדם ערך עתידי את הסכום 3.172 בריבית של 8% ונגלה שנוכל להמתין עד 15 שנים בקירוב (ניתן להמשיך ולפתור את התרגיל באמצעות log-ים).

<u>שאלה שביעית</u>

על מנת להשוות בין החלופות נמצא את הערך הנוכחי של כל חלופה ונבחר הערך הנוכחי הנמוך ביותר:

<u>לשלם 9,000 ₪ בכל רבעון (במשך שנה)</u> – זה בעצם תשלום סידרתי כל רבעון ולכן עלינו לחשב ריבית לרבעון (3 חודשים):

$$r = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n - 1$$

$$r = (1+0.02)^3 - 1 = 6.12\%$$

הריבית לרבעון הינה 6.12% כעת ניתן לחשב את הערך הנוכחי:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$pva = 9{,}000 \times \frac{(1+0.0612)^4 - 1}{0.0612 \times (1+0.0612)^4}$$

$$pva \cong 31{,}100$$

27,000 ₪ במזומן – בקלות ניתן לראות שאופציה זו עדיפה על לשלם 9,000 כל רבעון, נמשיך לבדוק את שאר המקרים.

לשלם בעוד חצי שנה 33,000 ₪ - זה בעצם תשלום חד פעמי בעוד חצי שנה ולכן נציב ישירות בנוסחא לחישוב הערך הנוכחי:

$$pv = \frac{fv}{(1+i)^n}$$

$$pv = \frac{33{,}000}{(1+0.02)^6} = 29{,}303$$

עדיין עדיף לשלם 27,000 ₪ במזומן הואיל ואם נשלם בעוד חצי שנה 33,000 ₪ הם שווים היום ל – 29,303 ₪.

10,000 ₪ במזומן והיתרה ב- 12 תשלומים חודשיים של 2,000 ₪ כל אחד – נחשב את ערך הנוכחי של התשלומים ולאחר מכן נוסיף 10,000 ₪:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$pva = 2{,}000 \times \frac{(1+0.02)^{12} - 1}{0.02 \times (1+0.02)^{12}}$$

$$pva \cong 21{,}151$$

הערך הנוכחי של אופציה ד' הינה:

$$pv = 21{,}151 + 10{,}000 = 31{,}151$$

<u>מכל האופציות האפשרות הזולה ביותר היא לשלם 27,000 ₪ במזומן.</u>

<u>שאלה שמינית</u>

החלק החשוב בשאלה הוא לשים לב שהתשלום עבור הסקר מיותר הואיל והוא הוצאה שכבר עשינו ולא תשפיע על החלטתנו (הוצאה שקועה), ולכן עלינו לחשב ענ"נ לתזרים:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV = -10{,}000 + 2{,}000 \times \frac{(1+0.05)^6 - 1}{0.05 \times (1+0.05)^6} = 151.38$$

<u>הפרויקט כדאי ובעל תזרים מזומנים של 151.38 ₪.</u>

שאלה תשיעית

עלינו לחשב את הערך הנוכחי של התקבולים ואז לחשב לפי מקדם ערך נוכחי סידרתי את התשלום הקבוע, נתחיל בחישוב הערך הנוכחי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV = \frac{9{,}600}{1.2} + \frac{17{,}280}{(1.2)^2} + \frac{14{,}400}{(1.2)^3} = 28{,}333.3333$$

כעת נראה מה התשלום הקבוע במשך 3 שנים שישאיר אותנו עם ערך נוכחי של 28,333.33:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$28{,}333.333 = A \times \frac{(1+0.2)^3 - 1}{0.2 \times (1+0.2)^3}$$

$$A = 13{,}450.5$$

התשלום הקבוע שישאיר אותנו באותה רמת כלכלית הוא 13,450.5 ₪.

שאלה עשירית

עלינו פשוט להציב בנוסחא של אינסוף תקופות ולמצוא את הריבית:

$$pv = \frac{pmt}{i}$$

$$700 = \frac{77}{i}$$

$$i = 11\%$$

הריבית האפקטיבית השנתית באג"ח הינה 11%.

שאלה אחת עשרה

תחילה נחשב את שווי האג"ח:

$$pv = \frac{pmt}{i}$$
$$pv = \frac{120}{0.08}$$
$$pv = 1{,}500$$

1,500 ₪ זהו סכום האג"ח בעוד 3 שנים (היוון מביא שנה אחת אחורה),
נחשב את סכום האג"ח היום:

$$pv = \frac{fv}{(1+i)^n}$$
$$pv = \frac{1{,}500}{(1.08)^3} = 1{,}190.7$$

שווי האג"ח היום הוא 1,190.7 ₪.

שאלה שתיים עשרה

נשים לב שבשנה הראשונה הריבית הינה 5%, בשנה השנייה הריבית הינה 7%
ובשנה השלישית הריבית הינה 9% ולכן לפי נוסחת ערך נוכחי:

$$pv \times (1.05) \times (1.07) \times (1.09) = 100{,}000$$
$$pv = \frac{fv}{(1+i)^n}$$
$$pv = \frac{100{,}000}{1.224615} = 81{,}658$$

על מנת לקבל בעוד 3 שנים 100,000 ₪ נצטרך להפקיד היום 81,658 ₪.

<u>שאלה שלוש עשרה</u>

על מנת לחשב את שער הריבית האפקטיבית נשווה את התשלומים לחלק שלא שולם במזומן מתוך תשלום המוצר, כלומר:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$(5{,}000 - 1{,}192) = 1{,}000 \times \frac{(1+i)^4 - 1}{i \times (1+i)^4}$$

$$3.808 = \frac{(1+i)^4 - 1}{i \times (1+i)^4}$$

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי סידרתי, נסתכל על 4 שנים ונחפש את הסכום 3.808, הריבית החודשית המתקבלת הינה 2%, כעת עלינו לחשב את הריבית השנתית:

$$r = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n - 1$$

$$r = (1 + 0.02)^{12} - 1 = 26.82\%$$

<u>הריבית האפקטיבית השנתית הגלומה בתשלומים הינה 26.82%.</u>

שאלה ארבע עשרה

עלינו לחשב את ערך התזרים כאשר הערך הנוכחי שווה ל – 100,000 ₪ (משוואה עם נעלם אחד):

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV = 100{,}000 = \frac{X}{1.03} + \frac{2X}{(1.03)^2} + \frac{3X}{(1.03)^3}$$

$$100{,}000 = 0.971X + 1.885X + 2.745X$$

$$100{,}000 = 5.6014X$$

$$X = 17{,}852$$

ההחזר בחודש הראשון הוא 17,582 ₪.

שאלה חמש עשרה

עלינו להציב בנוסחא לחישוב הריבית הנומינלית (נקבל ריבית חודשית):

$$i = (1+r)^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$i = (1+0.35)^{\frac{1}{12}} - 1 = 2.532\%$$

הריבית החודשית הנקובה הינה 2.532%, כעת ניתן לחשב את הריבית הנקובה השנתית:

$$0.02532 * 12 \cong 30.39\%$$

הריבית הנקובה השנתית הינה 30.39%

שאלה שש עשרה

תחילה נחשב את שווי ההוצאה בעוד שנתיים (ידוע שהשת"פ הוא 13%):

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV = 10{,}000 + \frac{8{,}000}{1.13} - \frac{X}{(1.13)^2} = 0$$

$$X = 21{,}809$$

כעת ניתן לחשב את ענ"נ הפרויקט בריבית של 10%:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV = 10{,}000 + \frac{8{,}000}{1.1} - \frac{21{,}809}{(1.1)^2} = -751.23$$

<u>הואיל וענ"נ הפרויקט שלילי (751.23- ₪) לא כדאי להשקיע בפרויקט.</u>

שאלה שבע עשרה

ענ"נ 2 ההשקעות יהיה שווה כאשר יש חיתוך בין 2 ההשקעות, החיתוך בין 2 ההשקעות מוגדר לפי השת"פ של התזרים ההפרשי, נחשב את התזרים ההפרשי:

1	0	
4,800	3,000-	A
8,000	5,285.72-	B
-3,200	2,285.72	A-B

כעת נחשב את השת"פ הפרויקט ההפרשי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV = 2{,}285.72 - \frac{3{,}200}{1+i} = 0$$

$$2{,}285.72 = \frac{3{,}200}{1+i}$$

$$2{,}285.72 + 2{,}285.72i = 3{,}200$$

$$i \cong 40\%$$

ענ"נ שתי ההשקעות יהיה שווה כאשר מחיר ההון יהיה שווה בקירוב ל – 40%.

שאלה שמונה עשרה

עלינו להפוך גם את האינפלציה לשנתית וגם את הריבית, תחילה נחשב את הריבית האפקטיבית השנתית ללא התייחסות לאינפלציה:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = \left(1 + \frac{0.065}{4}\right)^4 - 1 = 6.66\%$$

כעת נחשב את האינפלציה השנתית:

$$p = (1 + 0.02)^{12} - 1 = 26.824\%$$

הריבית הנומינלית השנתית הינה:

$$i = (1+R)\times(1+p)-1$$

$$i = (1+0.0666)\times(1+0.26824)-1 = 35.27\%$$

הריבית האפקטיבית הסוף שנתית הינה 35.27%.

שאלה תשע עשרה

חישוב רציף משמעו כחישוב יומי ולכן:

$$r = \left(1+\frac{i}{n}\right)^{n} - 1$$

$$r = \left(1+\frac{0.28}{365}\right)^{365} - 1 = 32.29\%$$

הריבית האפקטיבית השנתית הינה 32.29%.

שאלה עשרים

תחילה נחשב את הריבית הרבעונית הנומינאלית:

$$i = \frac{0.32}{4} = 0.08$$

כעת עלינו לנכות מתחילת כל רבעון את הריבית הואיל ורשום שהריבית מנוכה מראש (במקום לשלם 8% נקבל 92% מההלוואה):

$$i == \frac{0.08}{1-0.08} = \frac{0.08}{0.92} = 8.695\%$$

כעת נחשב את הריבית האפקטיבית הסוף שנתית:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = \left(1 + 0.08695\right)^4 - 1 = 39.58\%$$

<u>הריבית האפקטיבית הסוף שנתית הינה 39.58% בהנחה שהריבית הנומינלית היא 32% לשנה מחושבת כל רבעון ומנוכה מראש.</u>

<u>שאלה עשרים ואחת</u>

תחילה עלינו למצוא את התזרים (התקבול הקבוע):

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV = 1{,}108 = -11{,}000 + \frac{X}{1.15} + \frac{X}{(1.15)^2} + \frac{X}{(1.15)^3}$$

$$12{,}108 = 2.283X$$

$$X = 5{,}303$$

כעת ניתן לחשב את שת"פ הפרויקט:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV = -11{,}000 + \frac{5{,}303}{(1+i)^1} + \frac{5{,}303}{(1+i)^2} + \frac{5{,}303}{(1+i)^3} = 0$$

$$-11{,}000 + 5{,}303 \times \frac{(1+i)^3 - 1}{i \times (1+i)^3} = 0$$

$$2.074 = \frac{(1+i)^3 - 1}{i \times (1+i)^3}$$

עלינו להסתכל בלוח היוון של מקדם ערך נוכחי סידרתי ולחפש ב – 3 שנים את הסכום 2.074, לפי לוח היוון זה בקירוב מעל 20%, בחישוב מדויק ייצא 20.988%.

שאלה עשרים ושתיים

תחילה נחשב ריבית אפקטיבית חודשית (שווה לנומינלית חודשית):

$$i = (1+r)^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$i = (1+0.1839)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0.01416 = 1.416\%$$

כעת ניתן להציב את הנתונים במקדם ערך נוכחי סידרתי, נשים לב שמספר התקופות הוא 36 (=3*12):

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$pva = 3{,}000 \times \frac{(1+0.01416)^{36} - 1}{0.01416 \times (1+0.01416)^{36}}$$

$$pva = 84{,}154$$

על מנת שהחוסך יבטיח לעצמו הכנסה של 3,000 ₪ לחודש למשך שלוש שנים עליו להפקיד היום 84,154 ₪.

<u>שאלה עשרים ושלוש</u>

תחילה נחשב את הריבית הריאלית השנתית:

$$R = \frac{(1+i)}{(1+p)} - 1$$

$$R = \frac{(1+0.19)}{(1+0.08)} - 1 = 10.185\%$$

כעת ניתן לחשב את הענ"נ:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV = -100{,}000 + 40{,}000 \times \frac{(1+0.10185)^6 - 1}{0.10185 \times (1+0.10185)^6}$$

$$NPV = 73{,}270$$

<u>הריבית השנתית הריאלית הינה 10.185% ולכן הענ"נ של הפרויקט הינו 73,270 ₪.</u>

שאלה עשרים וארבע

נשים לב שהריבית החצי שנתית הינה 8% (=16/2) ומספר התקופות הן 30 הואיל ויש 15 שנים ומשלמים פעמים בשנה.

כעת ניתן לחשב את התשלום החצי שנתי הקבוע יש לשים לב ששווי ההלוואה זה פחות 20% הואיל וחלק שילמנו במזומן:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$250{,}000(1-0.2) = A \times \frac{(1+0.08)^{30} - 1}{0.08 \times (1+0.08)^{30}}$$

$$A = 17{,}766$$

התשלום החצי שנתי הקבוע בהלוואה הינו 17,766 ₪.

שאלה עשרים וחמש

בשאלה זו מדובר על הפקדה חד פעמית ולכן תחילה נחשב את הריבית השנתית הגלומה בתוכנית החיסכון לפי מקדם ערך עתידי:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$1.4X = X \times (1+i)^5$$

$$1.4 = (1+i)^5 \Big|^{\frac{1}{5}}$$

$$1+i = 1.06961$$

$$i = 0.06961$$

הריבית השנתית הינה 6.961% ונחשב מתי הסכום יכפיל את עצמו:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$
$$2X = X \times (1+0.06961)^n$$
$$2 = (1+0.06961)^n$$

נסתכל בלוח היוון של מקדם ערך עתידי בריבית של כ – 7% ונחפש את הערך 2, ניתן לראות שמספר השנים שעלינו להמתין עד הסכום יכפיל את עצמו הוא בקירוב כ – 10 שנים ו – 3 חודשים, נשים לב שחיכינו כבר 5 שנים ולכן עלינו להמתין עוד 5 שנים.

שאלה עשרים ושש

לפי לוח היוון של מקדם ערך נוכחי (3 שנים מקדם של 0.816) ניתן לראות שהריבית הרלבנטית הינה 7% לשנה ולכן:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$
$$NPV = 0 - \frac{1{,}000}{(1.07)^1} + \frac{500}{(1.07)^2} + \frac{600}{(1.07)^3} + \frac{300}{(1.07)^4}$$
$$NPV = 220.787$$

הערך הנוכחי של התזרים בריבית של 7% הוא 220.787 ₪.

שאלה עשרים ושבע

נחשב ענ"נ ושת"פ (השת"פ לפי ניסוי וטעייה) לשני הפרויקטים:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV_A = -20{,}000 + \frac{2{,}000}{1.12} + \frac{6{,}000}{(1.12)^2} + \frac{8{,}000}{(1.12)^3} + \frac{10{,}000}{(1.12)^4} = -1{,}381.69$$

$$IRR_A = -20{,}000 + \frac{2{,}000}{(1+i)^1} + \frac{6{,}000}{(1+i)^2} + \frac{8{,}000}{(1+i)^3} + \frac{10{,}000}{(1+i)^4} = 0$$

$$IRR_A = 9.27\%$$

$$NPV_B = -15{,}000 + \frac{4{,}000}{1.12} + \frac{4{,}500}{(1.12)^2} + \frac{5{,}500}{(1.12)^3} + \frac{6{,}000}{(1.12)^4} = -113.299$$

$$NPV_B = -15{,}000 + \frac{4{,}000}{(1+i)^1} + \frac{4{,}500}{(1+i)^2} + \frac{5{,}500}{(1+i)^3} + \frac{6{,}000}{(1+i)^4} = 0$$

$$NPV_B = 11.66$$

בשני הפרויקטים הענ"נ שלילי וכן בשני הפרויקטים השת"פ נמוך ממחיר ההון, בהשוואה בין שני הפרויקטים עדיפה תוכנית B (הפסד יותר קטן ושת"פ יותר גדול) אך נציין שמשקיע רציונאלי לא ישקיע בפרויקטים הנ"ל.

שאלה עשרים ושמונה

מאחר והחברה אדישה בין ביצוע פרויקט C או דחייתו אז ניתן להסיק שמחיר ההון של החברה שווה לשת״פ של הפרויקט, כלומר מחיר ההון הינו 5%, כעת ניתן לחשב את הענ״נ לשני הפרויקטים הנוספים:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV_A = -600 + \frac{0}{(1.05)^1} + \frac{726}{(1.05)^2} + \frac{0}{(1.05)^3} = 58.5$$

$$NPV_B = -700 + \frac{770}{(1.05)^1} + \frac{11}{(1.05)^2} + \frac{11}{(1.05)^3} = 52.81$$

ענ״נ של פרויקט A גבוה יותר ולכן נבחר בהשקיע בו.

<u>שאלה עשרים ותשע</u>

נחשב את השת״פ לשני הפרויקטים:

$$NPV_A = -250{,}000 + \frac{325{,}000}{(1+i)^2} = 0$$

$$\frac{325{,}000}{(1+i)^2} = 250{,}000$$

$$\frac{325{,}000}{250{,}000} = (1+i)^2\Big|^{\frac{1}{2}}$$

$$IRR_A = 14.0175\%$$

$$NPV_B = -250{,}000 + \frac{432{,}000}{(1+i)^6} = 0$$

$$\frac{432{,}000}{(1+i)^6} = 250{,}000$$

$$\frac{432{,}000}{250{,}000} = (1+i)^6\Big|^{\frac{1}{6}}$$

$$IRR_B = 9.5445\%$$

<u>שת״פ פרויקט A הינו 14.0175% ופרויקט B הינו 9.5445%, לא ניתן לקבוע באיזה פרויקט נשקיע הואיל ולא נתון מחיר ההון, נציין ששת״פ A גבוה יותר משת״פ B ולכן עבור מחירי הון נמוכים פרויקט B עדיף על פרויקט A.</u>

שאלה שלושים

תחילה נחשב את הריבית החודשית האפקטיבית הגלומה בהלוואה:

$$100{,}000 = 25{,}000 + 20{,}000 \times \frac{(1+i)^4 - 1}{i \times (1+i)^4}$$

$$3.75 = \frac{(1+i)^4 - 1}{i \times (1+i)^4}$$

נסתכל בלוח היוון של מקדם ערך נוכחי סידרתי כאשר מספר השנים הוא 4 ונחפש את הערך 3.75, לפי לוח היוון זה כ – 2.5% בחישוב מדויק נקבל 2.63%, כעת עלינו לחשב את הריבית האפקטיבית השנתית:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = (1 + 0.0263)^{12} - 1 = 36.55$$

<u>הריבית האפקטיבית השנתית הינה 36.55% (במידה ונחשב לפי 2.5% חודשי נקבל 34.49% שנתי).</u>

נספחים

נספח 1 – מבחן 1 לדוגמא

מבחן לדוגמא 1

1. בהלוואה בה הריבית השנתית הנומינלית הינה 20% וריבית זו מחויבת פעמים בשנה שיעור הריבית האפקטיבית הינו:

   א. 20%

   ב. 21%

   ג. 10%

   ד. 11%

   ה. 21.55%

2. הלוואה על סך 1000 ₪ בריבית שנתית של 16% הריבית מחושבת בסוף כל רבעון, בתחילת כל רבעון מחושבת עמלת גבייה של 4% בחישוב שנתי, הריבית האפקטיבית השנתית של ההלוואה הינה:

   א. 5.05%

   ב. 21.78%

   ג. 18%

   ד. 16%

   ה. 20%

3. בתוכנית חסכון הצמודה למדד לתקופה של 3 שנים מוצעת ריבית ריאלית שנתית בשיעור של 6%, המדד לשנה הראשונה 3.5% לשנה השנייה 4.5% ולשנה השלישית 5%, הריבית הנומינלית על תוכנית החיסכון הינה:

א. 30%

ב. 20%

ג. 35%

ד. 42%

ה. 28%

4. מוצעת הלוואה לתקופה של שנה בריבית שנתית של 18%, ההלוואה מוצעת השני מסלולים:

א. הלוואה מסוג בלון.

ב. הלוואה שבה הריבית מנוכה מראש והקרן מוחזרת בסוף התקופה.

ההלוואה העדיפה הינה

א. הלוואה א.

ב. הלוואה ב.

ג. שתי ההלוואות זהות מבחינת עדיפות.

ד. אי אפשר לקבוע.

ה. תלוי בסכום ההלוואה.

5. להלן תזרים המזומנים של 2 השקעות מחזוריות שמשך חייהן שונה:

תקופה	0	1	2	3
השקעה א'	-100	50	75	
השקעה ב'	-80	35	55	20

מחיר הון 10%, לפי קריטריון הע.נ.נ:

א. השקעה א עדיפה על ב.

ב. השקעה ב עדיפה על א.

ג. ההשקעות זהות במדויק.

ד. אי אפשר לדעת.

ה. תלוי במחזור.

6. קיים ברשותך סכום של 15,000 ₪ וברצונך להכפילו. כמה שנים עליך להשאיר את הסכום בפיקדון נושא ריבית נומינלית של 8% לשנה?

א. 6 שנים.

ב. 4 שנים.

ג. 3 שנים.

ד. 12 שנים.

ה. 9 שנים.

7. ברצונך להפקיד סכום כסף קבוע במשך 5 שנים (סוף שנה) בריבית שנתית של 10% וזאת כדיי לקבל לאחר 5 שנים 100,000 ₪. מהו הסכום שיש להפקיד כל שנה ?

   א. 14,000
   ב. 15,260
   ג. 13,840
   ד. 16,380
   ה. 17,100

8. בנק הציע לפירמה להקים קרן מיוחדת שבתום שש שנים יצטבר בה סכום של 100,000 ₪, אם היא תהיה מוכנה לשלם לבנק סכום של 12,322.85 ₪ בתום כל אחת משש השנים הבאות. מהי הריבית השנתית שמשלם הבנק לפירמה ?

   א. 12%
   ב. 6%
   ג. 15%
   ד. 20%
   ה. 22%

9. מהו הקשר בין שני המספרים 27,243 ₪ ו 21,456 ₪ ותקופה של 24?

א. 21,456 בערך עתידי ל 24 תקופות בשער ריבית של 1% שווה ל – 27,243 ₪.

ב. 27,243 בערך נוכחי ל 24 תקופות בשער ריבית של 1% שווה ל – 21,456 ₪.

ג. תשובה א ותשובה ב נכונות.

ד. אין קשר.

ה. אף תשובה לא נכונה.

10. פלוני חסך 1,200 ₪ לשנה במשך 20 שנה והכסף נשא ריבית שנתית של 8% במשך כל התקופה. שנה לאחר סיום החיסכון החל פלוני למשוך 7500 ₪ לשנה וזאת במשך 5 שנים, בשנה השישית ובשנה השביעית משך 4,500 ₪ לשנה ובשנה השמינית החליט למשוך את יתרת החיסכון שלו, איזה סכום עמד לרשותו. בהנחה כי בתקופת המשיכות הריבית השנתית הייתה גם 8% ? (כל הנתונים הינם בסוף שנה).

א. 30,000 ₪

ב. 26,260 ₪

ג. 42,200 ₪

ד. 36,110 ₪

ה. 24,000 ₪

11. חשב את הש.ת.פ של הפרויקט הבא:

תקופה	0	1	2	3	4	5	6	7
זרם מזומנים	1,822-	350	350	350	350	350	350	350

א. 8%

ב. 10%

ג. 12%

ד. 6%

ה. 4%

12. לפניך 3 פרויקטים:

פרויקט	פירוט הפרויקט
A	השקעה של 6 מיליון ₪ ותקבולים שנתיים של 1.8 מיליון ₪ בתום כל שנה במשך 5 השנים הבאות.
B	השקעה של 11,978,400 ₪ ותקבולים של 2.4 מיליון ₪ בתום כל שנה בכל אחת משלוש השנים הראשונות ו- 4.8 מיליון ₪ בשנתיים האחרונות.
C	השקעה של 18 מיליון ₪ ותקבולים של 6 מיליון ₪ לשנה בתום כל אחת משתי השנים הראשונות ו- 4.2 מיליון ₪ בשלוש השנים הבאות.

בהנחה של מחיר הון 10%, אם הפרויקטים בלתי תלויים במי תבחר?

א. A

ב. B

ג. C

ד. בכולם ביחד

ה. באף אחד

13. השתמש בנתוני שאלה 12 בהנחה שהפרויקטים מוציאים זה את זה במי תבחר ?

א. A

ב. B

ג. C

ד. בכולם.

ה. באף אחד.

14. לאחר שחשבת כדאיות של פרויקט, מצאת כי לפרויקט יש שני שת״פים 8% ו 26% בהתאמה.
מחיר ההון שלך הינו 12%. האם עליך לקבל את הפרויקט ?

א. כן.

ב. לא.

ג. אי אפשר לדעת.

ד. תלוי בע.נ.נ.

ה. תשובה ב ותשובה ד נכונות.

15. בנק נותן הלוואה של 150,000 ₪ ל-5 שנים כאשר מוצעות 2 אפשרויות להחזר ההלוואה:

א. תשלום שנתי קבוע בכל סוף שנה בריבית של 15% לשנה.

ב. תשלום שנתי בכל סוף שנה בריבית 6% לשנה,צמוד למדד.

שתי החלופות הן שקולות, אם שער האינפלציה השנתי הצפוי הוא:

א. 8.5%

ב. 9%

ג. 8%

ד. 7.8%

ה. אף תשובה אינה נכונה

16. הינך לוקח הלוואה של 1000 ₪ ל-10 שנים ולפניך עומדות שתי אפשרויות:

א. הלוואה בריבית ריאלית של 3% לשנה

ב. הלוואה בריבית נומינלית של 10% לשנה.

בהנחה כי האינפלציה בשנה זוגית היא 5% ובשנה אי זוגית היא 8% איזה הלוואה תעדיף?

א. הלוואה 1 עדיפה.

ב. הלוואה 2 עדיפה.

ג. שתי ההלוואות זהות.

ד. תלוי בגובה ההלוואה.

ה. אין מספיק נתונים.

17. תזרים מזומנים של פרויקט קטן ב- 50% (כולל השקעה בזמן 0) איך צריכה להשתנות הריבית על מנת שגם הע.נ.נ יקטן ב 50%?

א. הריבית צריכה לקטון ב- 50%.

ב. הריבית צריכה לגדול ב- 50%.

ג. הריבית צריכה לגדול פי 2.

ד. לא צריך לשנות את הריבית.

ה. אין מספיק נתונים.

18. משקיע בחן פרויקט קונבנציונאלי וקיבל שע.נ.נ הפרויקט חיובי. בגלל קשיי תקציב החליט המשקיע לדחות את ביצוע הפרויקט בשנה אחת, ע.נ.נ הפרויקט במונחי היום :

א. ירד

ב. יעלה

ג. לא ישתנה

ד. אין מספיק נתונים

ה. התשובה תלויה באורך חיי הפרויקט

19. סמן את התשובה הנכונה:

א. לפרויקט ייתכן שיהיה מעל שת"פ אחד.

ב. לכל פרויקט יש לפחות שת"פ אחד.

ג. לפרויקט קיימים ש.ת.פ אחד לפחות או יותר ממספר החלפות הסימן בתזרים מזומנים.

ד. אף תשובה אינה נכונה.

ה. יש יותר מתשובה אחת נכונה.

20. לפניך 2 פרויקטים:

תקופה	0	1	2	3
פרויקט A	150-	100	50	80
פרויקט B	300-	100	400	

על פרויקט A ניתן לחזור אין סוף פעמים ועל פרויקט B לא ניתן לחזור. מחיר ההון 12%, ערך הפרוייקטים הוא בהתאמה:

א. פרוייקט A 99, פרוייקט B 108.

ב. פרוייקט A 125, פרוייקט B 108.

ג. פרוייקט A 125, פרוייקט B 178.

ד. פרוייקט A 99, פרוייקט B 178.

ה. פרוייקט A 99, פרוייקט B 99.

בהצלחה

פתרון מבחן לדוגמא 1

שאלה ראשונה

נתון שהלוואה בעלת ריבית שנתית של 20%, הריבית מחושבת כל חצי שנה, נעזר בנוסחא של ריבית אפקטיבית לחישוב:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = \left(1 + \frac{0.2}{2}\right)^2 - 1 = 0.21$$

תשובה ב': הריבית השנתית האפקטיבית הינה 21% לשנה.

שאלה שנייה

הריבית הרבעונית הנומינלית על ההלוואה הינה:

$$i = \frac{0.16}{4} = 0.04$$

בתום כל רבעון ישולם בגין ההלוואה 4% ריבית.

העמלה הרבעונית הנומינלית על ההלוואה הינה:

$$i = \frac{0.04}{4} = 0.01$$

הואיל והחברה משלמת עמלה על ההלוואה, זוהי הלוואה שבה הריבית מנוכה בתחילת כל רבעון, עלינו לחשב את הריבית ששולמה בפועל, כלומר קרן ההלוואה מהווה 99%.

כעת נחשב את הריבית האפקטיבית השנתית, הריבית ששולמה בפועל הינה הריבית על ההלוואה אך יש לשים לב שמדובר על 99% מקרן על ההלוואה ולא מכל הסכום ולכן:

$$r = \left(\frac{1.04}{1-0.01}\right)^4 - 1 = \left(\frac{1.04}{0.99}\right)^4 - 1 = 0.2178$$

<u>תשובה ב': הריבית האפקטיבית השנתית להלוואה זו הינה 21.78%.</u>

<u>שאלה שלישית</u>

נמצא את הריבית הנומינלית באמצעות מדד המחירים לצרכן והריבית הריאלית השנתית, לפי הנוסחא הבא:

$$i = (1+r)\times(1+p) - 1$$

$$i = (1.06)^3 \times (1.035) \times (1.045) \times (1.05) - 1 = 0.3525$$

העלנו את הריבית הריאלית בחזקת 3 הואיל ועברו 3 שנים בנוסף יש להכפיל בל שנה במדד המחירים לצרכן.

<u>תשובה ג': הריבית השנתית הנומינלית הינה 35.25%.</u>

שאלה רביעית

הלוואת בלון:

הריבית האפקטיבית במקרה זה שווה לריבית הנומינלית, כלומר היא הינה 18% לשנה.

הלוואה שבה הריבית מנוכה מראש:

הואיל והחברה משלמת את הריבית 18% שנתית בתחילת התקופה החברה בעצם לקחה הלוואה שמהווה 82% מההלוואה.

על מנת לחשב את הריבית ששולמה בפועל נחשב את הריבית האפקטיבית על ההלוואה של לעומת הסכום שמוחזר בסוף התקופה:

$$r = \frac{1}{1-0.18} - 1 = \frac{1}{0.82} - 1 = 0.2195$$

הריבית השנתית שתושלם בפועל למלווה הינה 21.95%.

תשובה א': במקרה זה עדיפה הלוואת בלון על פני הלוואה שבה הריבית מנוכה מראש הואיל והריבית יותר נמוכה.

<u>שאלה חמישית</u>

מכנה המשותף בין הפרויקטים הוא 6 שנים, נקודת חידוש של כל אחת מההשקעות, השקעה א' אחרי 3 תקופות, השקעה ב' אחרי 2 תקופות:

	0	1	2	3	4	5	6
א'	100-	50	25-	50	25-	50	75
ב'	80-	35	55	60-	35	55	20

נבחן כל ע.נ.נ פרויקט בנפרד:

1. השקעה בפרויקט א', נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -100 + \frac{50}{(1.1)^1} - \frac{25}{(1.1)^2} + \frac{50}{(1.1)^3} - \frac{25}{(1.1)^4} + \frac{50}{(1.1)^5} +$$

$$\frac{75}{(1.1)^6} = 18.665$$

<u>הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט א' הינו 18.665 ₪, כלומר כדאי להשקיע בפרויקט זה.</u>

2. השקעה בפרויקט ב', נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -80 + \frac{35}{(1.1)^1} + \frac{55}{(1.1)^2} - \frac{60}{(1.1)^3} + \frac{35}{(1.1)^4} + \frac{55}{(1.1)^5} +$$

$$\frac{20}{(1.1)^6} = 21.539$$

<u>הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט ב' הינו 21.539 ₪, כלומר כדאי להשקיע בפרויקט זה.</u>

<u>תשובה ב': בהשוואה בין הפרויקטים כדאי להשקיע בפרויקט ב' הואיל והוא יניב ערך נוכחי נקי גבוה יותר מהשקעה בפרויקט א'.</u>

<u>שאלה שישית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:

נפתור את השאלה באמצעות הנוסחא לחישוב ערך עתידי אשר הנעלם בה הוא מספר השנים (תקופות), ידוע לנו שהסכום ההתחלתי הוא 15,000 ₪ ואנו מעוניינים שלפירמה יהיה 30,000 ₪, בנוסף ידוע שהריבית השנתית הינה 8% :

$$fv = pv \times (1+i)^n$$
$$30{,}000 = 15{,}000 \times (1+0.08)^n$$
$$\frac{30{,}000}{15{,}000} = 2 = (1+0.08)^n$$

לאחר שמצאנו את המקדם נפנה ללוח ההיוון של מקדם ערך עתידי ונחפש את הקירוב לספרה 2, את החיפוש נעשה בעמודה של 8%, השורה המתאימה היא בקירוב :

$$n = 9$$

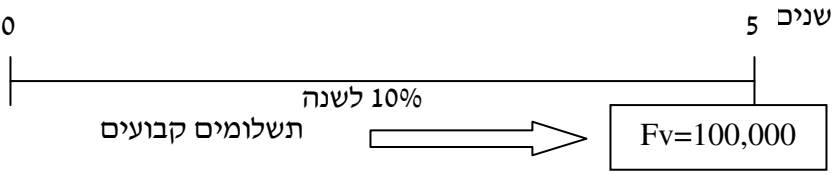
נציין שניתן להמשיך ולפתור בעיה זו גם ללא לוח היוון, אלא ע"י הוצאות log משני צדדי המשוואה :

$$\log 2 = \log(1. + 0.08)^n$$
$$\log 2 = n \log(1. + 0.08)$$
$$n = \frac{\log 2}{\log(1+0.08)} = 9$$

<u>תשובה ה' : החברה תצטרך להפקיד את הסכום ל – 9 שנים בקירוב על מנת שסכום הכסף יכפיל את עצמו.</u>

<u>שאלה שביעית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



<u>דרך א':</u>

לפי לוח היוון מקדם ערך עתידי סדרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 6.105 ולכן הסכום שהחברה תצטרך להפקיד יהיה:

$$100,000 = A \times 6.105$$

$$A = \frac{100,000}{6.105} = 16,388$$

<u>דרך ב':</u>

נפתור את השאלה באמצעות הנוסחא לחישוב ערך עתידי סידרתי אשר הנעלם בה הוא התשלום הקבוע, ידוע לנו שהסכום שעלינו לצבור הוא 100,000 ₪ בריבית של 10% שנתית בנוסף ידוע שהלוואה ניתנת ל – 5 שנים:

$$fv = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$A \times \frac{(1+0.1)^5 - 1}{0.1} = 100,000$$

$$A \times 6.1051 = 100,000$$

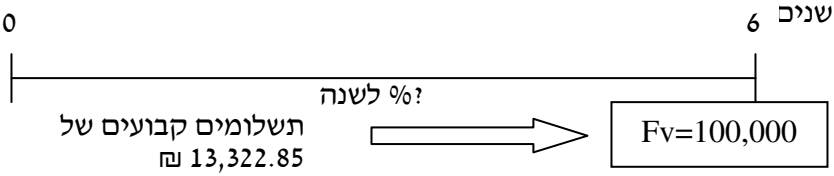
$$A = 16,379.7$$

השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

<u>תשובה ד': הסכום הקבוע שיש להפקיד בתום כל שנה הינו 16,380 ₪.</u>

<u>שאלה שמינית</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



נפתור את השאלה באמצעות הנוסחא לחישוב ערך עתידי סידרתי אשר הנעלם בה הוא הריבית, ידוע לנו שהסכום שהפירמה מפקידה הוא 12,322.85 ₪ ואנו מעוניינים שלפירמה יהיה 100,000 ₪, בנוסף ידוע שהחיסכון הוא ל – 6 שנים:

$$fv = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$100{,}000 = 12{,}322.85 \times \frac{(1+i)^6 - 1}{i}$$

$$\frac{100{,}000}{12{,}322.85} = 8.115 = (1+i)^6$$

לאחר שמצאנו את המקדם נפנה ללוח ההיוון של מקדם ערך עתידי סידרתי ונחפש את הקירוב לספרה 8.115, את החיפוש נעשה בשורה של 6 שנים, העמודה המתאימה היא בקירוב:

$i = 12$

<u>תשובה א': עלינו להפקיד סכום של 12,322.85 ₪ כל שנה במשך 6 שנים על מנת לצבור 100,000 ₪, בתוכנית הנותנת ריבית של 12% שנתית.</u>

<u>שאלה תשיעית</u>

סעיפים א' ו – ב' טוענים בדיוק אותה הטענה, נבדוק האם הטענה נכונה.

<u>סעיף א' נעזר במקדם ערך עתידי:</u>

<u>דרך א':</u>

לפי לוח היוון מקדם ערך עתידי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 1.27 ולכן הסכום שעל החברה לשלם בתום התקופה יהיה:

$Fv = 21,456*1.27 = 27,249$

<u>דרך ב':</u>

נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך עתידי:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$fv = 21,456 \times (1+0.01)^{24} = 27,243$$

השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

<u>טענה זו נכונה.</u>

סעיף ב' נעזר במקדם ערך נוכחי:

דרך א':

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 0.788 ולכן הסכום תצטרך להפקיד היום הינו:

$$pv = 27{,}243 * 0.788 = 21{,}467$$

דרך ב':

נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי:

$$pv = fv \times \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$pv = 27{,}243 \times \frac{1}{(1+0.01)^{24}} = 21{,}456$$

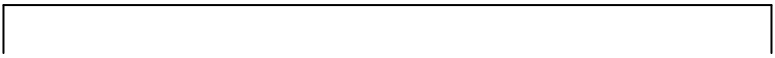
השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

טענה זו נכונה.

תשובה ג': כפי שטענו בתחילת השאלה שתי הטענות שקולות האחת לשנייה והן נכונות.

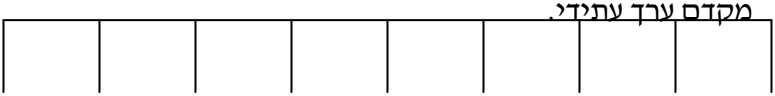
<u>שאלה עשירית</u>

על מנת לפתור שאלה זו נשרטט את ציר הזמן ונהוון את כל תקבולים ו/או התשלומים לאורך 28 שנה לסוף השנה ה – 28 :

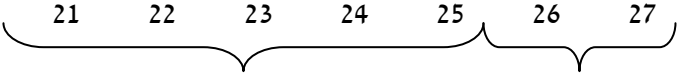


שנים : 0 20

כל תום שנה הופקד 1,200 ₪ בריבית של 8% את הסכום יש להוון לתום השנה ה – 20 על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי, את הסכום שנקבל יש להוון לסוף השנה העשרים ושמונה בריבית של 8% על ידי מקדם ערך עתידי.



שנים : 20 21 22 23 24 25 26 27 28



כל תום שנה משך פלוני 4,500 ₪ בריבית של 8%, יש להוון את הסכום על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי ואז להוון את הסכום לסוף שנה העשרים

כל תום שנה משך פלוני 7,500 ₪ בריבית של 8%, יש להוון את הסכום לתום השנה ה – 25, על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי ואז להוון את הסכום לסוף שנה העשרים ושמונה על ידי מקדם ערך עתידי ל – 3 שנים.

ושמונה על ידי מקדם
ערך עתידי לשנה אחת.

כעת נבצע את החישובים שתיארנו לעיל:
מהשנה אפס עד עשרים, נהוון את ההפקדות לתום השנה העשרים על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי:

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$fva = 1{,}200 \times \frac{(1+0.08)^{20} - 1}{0.08} = 54{,}914$$

נהוון את הסכום שקיבלנו לסוף השנה העשרים ושמונה על ידי מקדם ערך עתידי:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$fv = 54{,}914 \times (1+0.08)^8 = 101{,}642$$

101,642 ₪ זהו הסכום שהופקד במהלך השנים מהוון לשנה העשרים ושמונה.

משנה 21 ועד 25, נהוון את המשיכות לתום השנה העשרים וחמש על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי:

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$fva = -7{,}500 \times \frac{(1+0.08)^5 - 1}{0.08} = -44{,}000$$

נהוון את הסכום שקיבלנו לסוף השנה העשרים ושמונה על ידי מקדם ערך עתידי:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$fv = -44{,}000 \times (1+0.08)^3 = -55{,}427$$

<u>-55,427 ₪ זהו הסכום שמשך פלוני במהלך השנים מהשנה ה – 21 ועד לשנה ה – 25 מהוון לשנה העשרים ושמונה.</u>

<u>משנה 26 ועד 27</u>, נהוון את המשיכות לתום השנה העשרים ושבע על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי:

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$fva = -4{,}500 \times \frac{(1+0.08)^2 - 1}{0.08} = -9{,}360$$

נהוון את הסכום שקיבלנו לסוף השנה העשרים ושמונה על ידי מקדם ערך עתידי:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$fv = -9{,}360 \times (1+0.08)^1 = -10{,}109$$

<u>-10,109 ₪ זהו הסכום שמשך פלוני במהלך השנים מהשנה ה – 26 ועד לשנה ה – 27 מהוון לשנה העשרים ושמונה.</u>

כעת נחבר את התקבולים וההוצאות שמהוונים לשנה ה – 28:

תקבולים עד השנה העשרים:	101,642
משיכות מהשנה ה – 21 ועד ה – 25:	-55,427
משיכות מהשנה ה – 26 ועד ה – 27:	-10,109
תשובה ד': יתרה למשיכה בשנה ה -28:	36,106

שאלה אחת עשרה

על מנת לפתור נעזר בנוסחא של מקדם ערך עתידי סידרתי ובנוסחת הש.ת.פ:

$$IRR = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t} = 0$$

$$-1{,}820 + 350 \times \frac{(1+IRR)^7 - 1}{IRR \times (1+IRR)^7} = 0$$

$$\frac{1{,}820}{350} = 5.2 = \frac{(1+IRR)^7 - 1}{IRR \times (1+IRR)^7}$$

תשובה א': על מנת למצוא את שער הריבית נפנה לטבלת ההיוון של מקדם ערך נוכחי סידרתי נסתכל על שורה 7 (7 שנים) ניתן לראות בקירוב שהש.ת.פ יהיה 8%.

<u>שאלה שתיים עשרה</u>

כל הפרויקטים מסתיימים לאחר חמש שנים:

פרויקט	0	1	2	3	4	5
A	6,000,000-	1.8 מיליון	1.8 מיליון	1.8 מיליון	1.8 מיליון	1.8 מיליון
B	11,978,400-	2.4 מיליון	2.4 מיליון	2.4 מיליון	4.8 מיליון	4.8 מיליון
C	18,000,000-	6 מיליון	6 מיליון	4.2 מיליון	4.2 מיליון	4.2 מיליון
A+B+C	-35,978,400	10.2 מיליון	10.2 מיליון	8.4 מיליון	10.8 מיליון	10.8 מיליון

נבחן כל ע.נ.נ פרויקט בנפרד:

1. השקעה בפרויקט A, נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי ומקדם ערך נוכחי סידרתי גם יחד:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -6,000,000 + 1,800,0000 \times \frac{(1+0.1)^5 - 1}{0.1 \times (1+0.1)^5} = 823,416.18$$

<u>הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט A הינו 823,416.18 ₪,</u>

<u>כלומר כדאי להשקיע בפרויקט זה.</u>

2. השקעה בפרויקט B, נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -11,978,400 + \frac{2,400,000}{(1.1)^1} + \frac{2,400,000}{(1.1)^2} + \frac{2,400,000}{(1.1)^3} +$$

$$\frac{4,800,000}{(1.1)^4} + \frac{4,800,000}{(1.1)^5} = 248,931.71$$

<u>הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט B הינו 248,931.71 ₪,</u>

<u>כלומר כדאי להשקיע בפרויקט זה.</u>

3. השקעה בפרויקט C, נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -18,000,000 + \frac{6,000,000}{(1.1)^1} + \frac{6,000,000}{(1.1)^2} + \frac{4,200,000}{(1.1)^3} +$$

$$\frac{4,200,000}{(1.1)^4} + \frac{4,200,000}{(1.1)^5} = 1,045,271.37$$

<u>הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט C הינו 1,045,271.37 ₪,</u>

<u>כלומר כדאי להשקיע בפרויקט זה.</u>

4. השקעה בשלושת הפרויקטים, נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -35,978,400 + \frac{10,200,000}{(1.1)^1} + \frac{10,200,000}{(1.1)^2} + \frac{8,400,000}{(1.1)^3} +$$

$$\frac{10,800,000}{(1.1)^4} + \frac{10,800,000}{(1.1)^5} = 2,117,619.27$$

<u>הערך הנוכחי הנקי של השקעה בשלשות הפרויקטים הינו 2,117,619.27 ₪, כלומר כדאי להשקיע בפרויקט זה.</u>

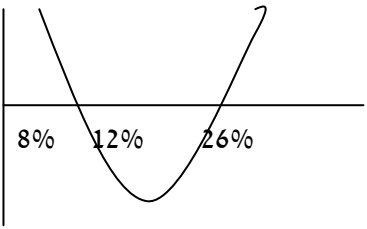
<u>תשובה ד': בהשוואה בין הפרויקטים כדאי להשקיע בשלושת הפרויקטים הואיל והם יניבו יחד ערך נוכחי נקי גבוה יותר מכל השקעה בנפרד.</u>

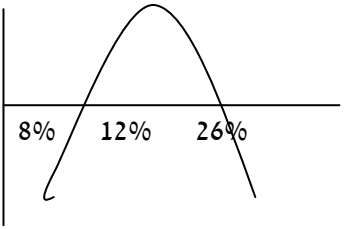
<u>שאלה שלוש עשרה</u>

<u>תשובה ג': בהסתמך על הנתונים מהסעיף הקודם פרויקט C מניב את הערך הנוכחי הנקי הגבוה ביותר, הערך הנוכחי הנקי הוא 1,045,271.37 ₪, כלומר כדאי להשקיע בפרויקט זה מבין שלושת הפרויקטים.</u>

שאלה ארבע עשרה

כאשר קיימים שני שת״פים לא ניתן לקבוע ללא נתונים נוספים האם הפרויקט כדאי, במקרה שלנו מחיר ההון נמצא בין שני השת״פים האפשריים ולכן יכולים להיווצר שני מצבים:





<u>תשובה ד׳: ולכן לא נבחן את הפרויקט רק לפי כלל הש.ת.פ אלא התשובה תלויה בעו.נ.</u>

שאלה חמש עשרה

על פי נתוני השאלה הריבית הנומינלית הינה 15% לשנה והריבית הריאלית הינה 6% לשנה, מתוך נתונים אלו נמצא את שיעור האינפלציה (שינוי במדד המחירים):

$$p = \frac{(1+i)}{(1+r)} - 1$$

$$p = \frac{(1+0.15)}{(1+0.06)} - 1 = 0.0849$$

<u>תשובה א׳: שיעור האינפלציה השנתי הצפוי במידה ושתי החלופות שקולות הוא 8.5%.</u>

שאלה שש עשרה

נבחן מהי הריבית האפקטיבית בשתי ההלוואות:

1. הלוואה בריבית ריאלית של 3% לשנה, נחשב את שווי הריבית הנומינלית לשנתיים (בעבור שנויי המדדים):

דרך א':

$$i = (1+r)\times(1+p)-1 = (1+0.03)^2\times(1+0.05)\times(1+0.08)-1$$
$$i = 0.203$$

כעת נמיר את הריבית הנומינלית שמצאנו לשנה אחת (במקום שנתיים):

$$r = \left(1+\frac{i}{n}\right)^n - 1 = \left(1+0.203\right)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0.968$$

דרך ב':

ניתן להשתמש בנוסחא לריבית ממוצעת, כלומר לחשב את הריבית בשנה זוגית ואת הריבית בשנה אי זוגית ואז לחשב את הריבית הממוצעת:

ריבית בשנה זוגית:

$$i_1 = (1+0.03)\times(1+0.05)-1 = 0.0815$$

ריבית בשנה אי זוגית:

$$i_2 = (1+0.03)\times(1+0.08)-1 = 0.1124$$

כעת נחשב את הריבית הממוצעת:

$$\bar{i} = \sqrt[n]{(1+i_1)\times(1+i_2).....\times(1+i_{n)}} - 1$$
$$i = \sqrt[2]{(1+0.0815)\times(1+0.1124)} - 1 = 0.0968$$

הריבית האפקטיבית בהלוואה זו הינה 9.68% לשנה.

2. הריבית האפקטיבית בהלוואה זו הינה 10% לשנה.

תשובה א': הואיל והריבית האפקטיבית (האמיתית) בהלוואה הראשונה נמוכה יותר, ההלוואה הראשונה עדיפה.

שאלה שבע עשרה

תשובה ד': ללא שינוי הריבית הע.נ.נ יקטן בדיוק ב – 50% הואיל ותזרים הפרויקט קטן ב – 50% , כלומר לא צריך לשנות את שער הריבית, במידה הריבית תשתנה לא ידוע מה יקרה לע.נ.נ.

שאלה שמונה עשרה

תשובה א': ע.נ.נ הפרויקט במונחי היום ירד הואיל והמשקיע "מפסיד" שנה שבה הוא יכול להרוויח תזרימים, ברגע שהמשקיע דוחה את ההשקעה ערך ההשקעה מועבר לשנה הבאה וכן שאר התקבולים, כלל ידוע הוא שערך תקבול בעוד שנתיים "שווה פחות" מאותו ערך תקבול בעוד שנה ולכן ככל שהמשקיע ידחה את ההשקעה כך ערכו של הע.נ.נ במונחי היום ירד.

שאלה תשע עשרה

תשובה א': בפרויקטים קונבנציונאליים יהיה ש.ת.פ אחד בפרויקטים לא קונבנציונאליים יהיה יותר מש.ת.פ אחד (או שלא יהיה בכלל) ולכן יכול להיות שלפרויקט יש מעל ש.ת.פ אחד.

שאלה עשרים

נבחן כל ע.נ.נ פרויקט בנפרד:

1. השקעה בפרויקט A, נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -150 + \frac{100}{(1.12)^1} + \frac{50}{(1.12)^2} + \frac{80}{(1.12)^3} = 36.087$$

הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט א' הינו 36.087 ₪, כלומר כדאי להשקיע בפרויקט זה.

2. השקעה בפרויקט B, נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -300 + \frac{100}{(1.12)^1} + \frac{400}{(1.12)^2} = 108.16$$

הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט ב' הינו 108 ₪, כלומר כדאי להשקיע בפרויקט זה.

על מנת לבדוק באיזה פרויקט כדאי להשקיע מבין השניים נבדוק מהו ערך כל פרויקט במידה ונחזור על הפרויקט לאין סוף:

1. על מנת לחשב את ערך פרויקט A לאין סוף נשתמש בנוסחא של טור הנדסי אינסופי:

$$pvi = \frac{pv}{1-\frac{1}{(1+i)^m}} = \frac{36.087}{1-\frac{1}{(1.12)^3}} = 125.21$$

הערך הנוכחי של תזרים פרויקט A הינו 125 ₪.

2. מאחר ואת פרויקט B לא ניתן לבצע באינסוף ערכו הנוכחי יהיה שווה לערכו באינסוף.

תשובה ב': פרויקט A יניב ערך של 125 ₪ ואילו פרויקט B יניב ערך של 108 ₪.

נספח 2 – מבחן 2 לדוגמא

מבחן לדוגמא 2

שאלה ראשונה

בבואך לרכוש מוצר חדש המוכר מציע לך 2 חלופות:

1. תשלום במזומן בעלות של 50,000 ₪.
2. 4 תשלומים שנתיים שווים בריבית של 10% לשנה.

מהו התשלום השנתי שהפירמה מציעה ללקוח?

א. 10,774 ₪.

ב. 13,872 ₪.

ג. 15,773 ₪.

ד. 12,895 ₪

שאלה שנייה

ברבעון הקרוב (שלושה חודשים), צפויה עליית מדד של 0.5% לחודש, הבנק מוכן לתת הלוואות ללא הצמדה בתנאי שיקבל תשואה ריאלית של 0.5% לרבעון (מעל לעליית המדד).

מהו שער הריבית האפקטיבית לשנה?

א. 8.3%

ב. 4.07%

ג. 2.015%

ד. 1.5075%

<u>שאלה שלישית</u>

חשב את הערך הנוכחי הנקי של התזרים הבא:

שנה	0	1	2	3	4	5	6	7
תשלום/תקבול	70-	150	300-	500	65-	400	133-	550

ידוע שמחירי ההון הינם:

בעבור 5 השנים הראשונות מחיר ההון הינו 4%.

בעבור 2 השנים הנותרות מחיר ההון הינו 3%.

א. 873.5

ב. 827.4

ג. 850.3

ד. 834.5

<u>שאלה רביעית</u>

נתונים שני תזרימי המזומנים הבאים:

	0	1	2	3	4	5	6
פרויקט א'	-3,000	1,000	1,500	700	600	750	800
פרויקט ב'	-2,000	750	800	1,450	800	500	400

מחיר ההון של החברה הינו 12%, הנח שיש קשר בין הפרויקטים כך שאם שניהם יתבצעו התזרים השנתי בפרויקט א' יקטן ב – 200 ₪ בכל שנה (ההשקעה לא תשתנה), התזרים בפרויקט ב' יישאר ללא שינוי.
באיזו מההשקעות האפשריות יבחר המשקיע?

א. פרויקט א'.

ב. פרויקט ב'.

ג. השקעה בשני הפרויקטים.

ד. לא מומלץ להשקיע בפרויקטים.

<u>שאלה חמישית</u>

לפניך שתי השקעות המוציאות זו את זו:

	0	1	2	3	4
השקעה א'	-500	300	350	100	
השקעה ב'	-600	200	275	230	240

על השקעה א' ניתן לחזור 30 פעמים ואילו השקעה ב' ניתן לחזור 20 פעמים.
שער ההיוון של החברה הינו 9%.
איזו השקעה עדיפה?

א. השקעה א' עדיפה.

ב. השקעה ב' עדיפה.

ג. מומלץ להשקיע ב – 2 ההשקעות.

ד. לא נשקיע באף אחד מ – 2 ההשקעות.

<u>שאלה שישית</u>

לחברה יש מכונית היא יכולה למכור את המכונית במחיר של 35,000 ₪ ולקנות מכונית חדשה במחיר של 100,000 ₪.

אפשרות נוספת היא לשפץ את המכונית הקיימת בעלות של 15,000 ₪.

בשתי האפשרויות המכונית תשרת את החברה 4 שנים.

ההכנסה השנתית מהמכונית החדשה הינה 15,000 ₪ ואילו מהמכונית המשופצת 5,000 ₪.

מחיר ההון של החברה הוא 8%, מה על החברה לעשות?

א. לרכוש מכונית חדשה הואיל והע"נ הוא 15,318

ב. לרכוש מכונית חדשה הואיל והע"נ הוא 1,561

ג. לשפץ את המכונית הואיל והע"נ הוא 15,318

ד. לשפץ את המכונית הואיל והע"נ הוא 1,561

ה. אף תשובה איננה נכונה התשובה הנכונה היא_____

שאלה שביעית

הפקדת בתוכנית חיסכון סכום של 150,000 ₪ ל – 15 שנים, בנוסף הפקדת בתוכנית 7,000 ₪ כל סוף שנה, כמה כסף יעמוד לרשותך בתום תקופת החיסכון אם ידוע שהריבית הינה 6%?

א. 162,932

ב. 522,416

ג. 359,484

ד. אף תשובה איננה נכונה התשובה הנכונה היא_____

שאלה שמינית

הבנק מוכן להלוות סכום חד פעמי שיוחזר בצירוף הריבית בתום השנה ממועד מתן ההלוואה, הריבית החוזית השנתית שהבנק גובה ממך היא 20%, בנוסף מנכה הבנק בזמן מתן ההלוואה עמלה מראש בסך 10% מסכום ההלוואה, מהי הריבית האפקטיבית השנתית אותה גובה הבנק?

א. 40%

ב. 30%

ג. 28%

ד. 35%

ה. אף תשובה איננה נכונה התשובה הנכונה היא_____

שאלה תשיעית

לווה זקוק ל – 6,000 ₪ לתקופה של שנה ועומדות לפניו האלטרנטיבות הבאות:

1. ניכוי מראש של 15% לכל תקופה, ובנוסף תשלום רבעוני של 1%, הריבית המחושבת כל רבעון.
2. ריבית של 1% לחודש המחושבת כל חודש במהלך החצי שנה הראשונה, וריבית של 2% לחודש המחושבת כל חודש במהלך החצי שנה השנייה.
3. ריבית של 1.5% בכל חודש זוגי וריבית של 1% בכל חודש אי-זוגי.
4. ריבית 15% לשנה מחושבת חודשית.

באיזה אלטרנטיבה יבחר הלווה?

א. אלטרנטיבה 1

ב. אלטרנטיבה 2

ג. אלטרנטיבה 3

ד. אלטרנטיבה 4

ה. אלטרנטיבה 3 ו – 4 זהות.

שאלה עשירית

הפקדת סכום כסף בתוכנית חיסכון עם הפקדות 10 סוף שנתיות צמודות של 20,000 ₪ (במחירי היום) בסוף כל שנה, הריבית הריאלית הינה 6% לשנה, האינפלציה לשנים 1-6 הינה 10% ולשנים 7-10 הינה 15%.
מהו הסכום שיעמוד לרשותך בתום תקופת החיסכון?

א. 402,506 ₪.

ב. 182,288 ₪.

ג. 512,833 ₪

ד. 110,327 ₪.

ה. אף תשובה איננה נכונה התשובה הנכונה היא _____

שאלה אחת עשרה

למשקיע מוצעת ההשקעה הבאה:
השקעה של 100 היום, הכנסה צפויה בעוד שנה של 250 ₪, והוצאה בעוד שנתיים בסך של 5 ₪ עסקה זו כדאית כאשר:

א. שער הריבית שבו ההשקעה כדאית הינה 40.32%

ב. בריבית קטנה מ – 148% ההשקעה כדאית.

ג. ההשקעה איננה כדאית בכל מחיר הון.

ד. בריבית גדולה מ – 148% ההשקעה כדאית.

שאלה שתיים עשרה

אתה רוכש מוצר במחיר של 7,500 ₪ יש באפשרותך לשלמו ב – 3 תשלומים חודשיים שווים של 2,500 ₪ כל תשלום, התשלום הראשון היום, מהו החיסכון הנובע מהסדר התשלומים לעומת תשלום אחד במזומן היום, ידוע הריבית השנתית האפקטיבית הינה 26.824%?

א. 146 ₪.

ב. 150 ₪.

ג. 1,474 ₪.

ד. אף תשובה איננה נכונה התשובה הנכונה היא_____

שאלה שלוש עשרה

לקוח פותח תוכנית חסכון ומפקיד 1,000 ₪ בסוף כל חודש, כעבור שנה מגדיל הלקוח את גובה ההפקדה החודשית ל – 1,200 ₪, הבנק משלם ללקוח ריבית שנתית נקובה של 12%, מהו יתרת החיסכון לאחר 3 שנים?

א. 32,368 ₪.

ב. 48,278 ₪.

ג. 48,471 ₪.

ד. אף תשובה איננה נכונה התשובה הנכונה היא _____

שאלה ארבע עשרה

השקעת סכום כסף בתכנית חיסכון, כעבור שלוש שנים נצבר בה סך של 40,000 ₪ כעבור שבע שנים כבר נצברו בה 101,600 ₪, מהו שער הריבית השנתי הנקוב בתכנית החיסכון, אם ידוע שהיא מחושבת רבעונית?

א. 20%

ב. 25%

ג. 6%

ד. 24%

ה. 10%

שאלה חמש עשרה

אגרת חוב שפדיונה בעוד שנה משלמת ריבית ריאלית של 10%.

אגרת חוב לא צמודה שפדיונה בעוד שנה משלמת ריבית נומינלית של 15%

מכאן שהאינפלציה החזויה בשוק ההון בשנה הבאה היא:

א. 9.09%

ב. 4.545%

ג. 5%

ד. 10%

שאלה שש עשרה

לפרויקט מסוים נדרשת השקעה של 200,000 ₪ והוא אינו מניב תקבולים כלשהם במשך מספר שנים, לאחר מספר שנים זה, מתחיל הפרויקט להניב תקבולים שנתיים של 93,086 ₪ לנצח, כמה שנים תהיה מוכן לחכות לתחילתו של זרם התקבולים הקבוע, ידוע ששער הריבית הינה 7%?

א. 20 שנים.

ב. 10 שנים.

ג. 30 שנים.

ד. 28 שנים.

שאלה שבע עשרה

ידוע שפרויקט מתוכנן נותן תקבול של 15,000 ₪ היום, מצריך הוצאה של 10,000 בעוד שנה ודורש תשלום/תקבול מסוים בעוד שנתיים, שת"פ הפרויקט הוא 15% ושער הריבית בשוק הוא 10% האם כדאי להשקיע בפרויקט?

א. כדאי להשקיע בפרויקט הואיל והשת"פ גדול ממחיר ההון של החברה.

ב. לא כדאי להשקיע בפרויקט הואיל והע"נ הוא 981-.

ג. כדאי להשקיע בפרויקט, ע"נ הפרויקט הוא 31,808.

ד. כדאי להשקיע בפרויקט, ע"נ הפרויקט הוא _____

שאלה שמונה עשרה

חשב האת ענ"נ הפרויקט אם ידוע שמקדם ההיוון בשנה השנייה הוא 0.842:

שנה	0	1	2	3
תזרים	-500	600	700	550

א. ענ"נ הפרויקט הוא 1,064

ב. ענ"נ הפרויקט הוא 1,050

ג. ענ"נ הפרויקט הוא 1,697

ד. לא ניתן לחשב את ענ"נ הפרויקט

שאלה תשע עשרה

להלן 2 פרויקטים:

פרויקט A	
תשואה	הסתברות
10,000	1/3
12,000	1/3
14,000	1/3

פרויקט B	
תשואה	הסתברות
5,000	0.5
20,000	0.5

על פי כלל תוחלת שונות איזו השקעה עדיפה על משקיע שונא סיכון?

א. פרויקט A עדיף.

ב. פרויקט B עדיף.

ג. שני הפרויקטים שקולים זה לזה.

ד. לא ניתן לדעת.

<u>שאלה עשרים</u>

כאשר A ו - B הם פרויקטים רגילים (קונבנציונאליים), לתזרים המזומנים ההפרשי A-B:

א. יש תמיד IRR אחד.

ב. לא קיים IRR.

ג. יתכנו מספר IRR שונים.

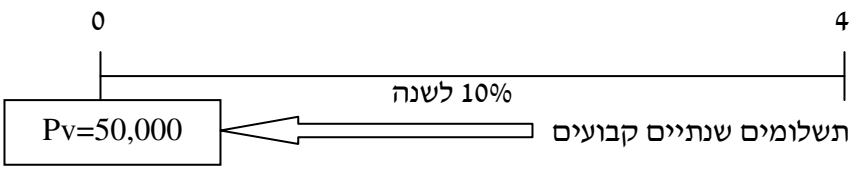
ד. חייב להיות IRR אחד או יותר.

בהצלחה

פתרון מבחן לדוגמא 2

שאלה ראשונה:

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



דרך א'

לפי לוח היוון מקדם ערך נוכחי סידרתי אנו יכולים לראות שהסכום הרלבנטי עבורנו הוא 3.791 ולכן הסכום תצטרך להפקיד היום הינו:

$$pva = \frac{50,000}{3.17} = 15,773$$

דרך ב':

נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי סידרתי:

$$pva = A \times \frac{(1+I)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$50,000 = A \times \frac{(1+0.1)^4 - 1}{0.1 \times (1+0.1)^4}$$

$$50,000 = A \times 3.1698$$

$$A = 15,774$$

השוני בתוצאות בין שתי הדרכים נובע מעיגול תוצאות בלוח ההיוון, בקירוב יוצאות אותן תוצאות, במידה ולוקחים רק 3 הספרות אחרי הנקודה.

תשובה ג': הפירמה תצטרך לשלם במשך 4 שנים תשלום קבוע של 15,773 ₪ על מנת לשלם תשלום השווה היום ל – 50,000 ₪ בריבית שנתית של 10%.

שאלה שנייה:

בבואנו לפתור שאלה זו עלינו תחילה לחשב את עליית המדד לרבעון הואיל והתשואה הריאלית נתונה לנו כתשואה רבעונית (צריך להגיע בכל המדדים לאותה תקופה), בהנחה שכל חודש המדד יעלה ב – 0.5% לאחר 3 חודשים יצטבר:

$$p = (1+0.005)\times(1+0.005)\times(1+0.005) = 1.015075$$

כלומר לאחר רבעון שיעור עליית המדד יהיה 1.5075%

כעת נמצא את הריבית הנומינלית הרבעונית:

$$i = (1+r)\times(1+p)-1$$

$$i = (1+0.005)\times(1+0.015075)-1 = 0.02015$$

ומכאן ניתן להציב בנוסחא לחישוב שער הריבית האפקטיבי השנתי:

$$r = \left(1+\frac{i}{n}\right)^{n} - 1$$

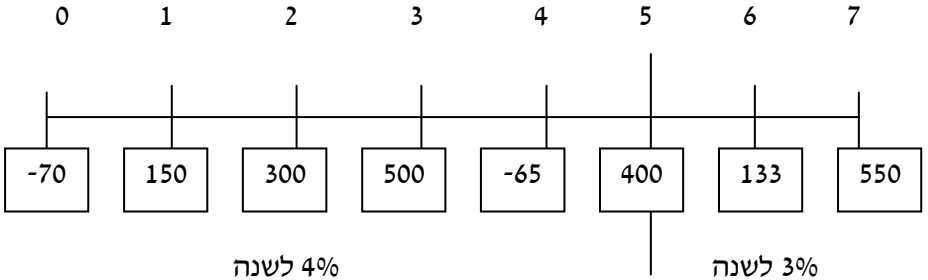
$$r = \left(1+0.02015\right)^{4} - 1 = 0.08307 = 8.3\%$$

תשובה א': הריבית האפקטיבית השנתית הינה 8.3% לשנה.

<u>שאלה שלישית:</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:

שנים:



הואיל ומחיר ההון איננו אחיד בכל השנים עלינו להוון כל סכום לפי מכפלת הריבות אשר היו קיימות החל מזמן 0 ועד מועד קבלת התקבול/תשלום (ציין שניתן להיעזר בלוח היוון מקדם ערך נוכחי לפתרון השאלה על ידי הכפלת התזרימים במקדמים הרלבנטיים אך יש לשים לב שמהרגע שמשתנה הריבית יש להכפיל ב – 2 מקדמים):

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -70 + \frac{150}{(1.04)^1} - \frac{300}{(1.04)^2} + \frac{500}{(1.04)^3} - \frac{65}{(1.04)^4} + \frac{400}{(1.04)^5} -$$

$$\frac{133}{(1.04)^5 \times (1.03)^1} + \frac{550}{(1.04)^5 \times (1.03)^2}$$

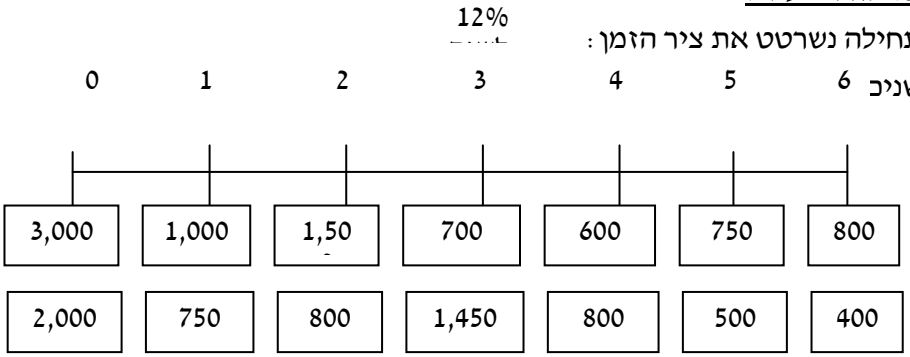
$$N.P.V = -70 + 144.23 - 277.367 + 444.498 - 55.562 + 328.77 - 106.132$$

$$+ 426.109 = 834.546$$

<u>תשובה ד': הערך הנוכחי הנקי של התזרים הינו 834.546 ₪.</u>

שאלה רביעית:

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



נבחן כל אחת מהאפשרויות:

<u>השקעה בפרויקט א':</u>

נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -3{,}000 + \frac{1{,}000}{(1.12)^1} + \frac{1{,}500}{(1.12)^2} + \frac{700}{(1.12)^3} + \frac{600}{(1.12)^4} + \frac{750}{(1.12)^5} + \frac{800}{(1.12)^6}$$

$$N.P.V = 799.08$$

<u>הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט א' הינו 799.08 ₪.</u>

השקעה בפרויקט ב׳:

נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -2{,}000 + \frac{750}{(1.12)^1} + \frac{800}{(1.12)^2} + \frac{1{,}450}{(1.12)^3} + \frac{800}{(1.12)^4} + \frac{500}{(1.12)^5} + \frac{400}{(1.12)^6}$$

$$N.P.V = 1{,}334.25$$

הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט ב׳ הינו 1,334.25 ₪.

השקעה בפרויקט א׳ וכן בפרויקט ב׳, תחילה נמצא את תזרים המזומנים התוספתי:

	0	1	2	3	4	5	6
א׳	3,000-	1,000	1,500	700	600	750	800
תוספת ל – א׳	0	200-	200-	200-	200-	200-	200-
ב׳	2,000-	750	800	1,450	800	500	400
תזרים תוספתי	5,000-	1,550	2,100	1,950	1,200	1,050	1,000

נמצא את הע.נ.נ בשתי דרכים:

דרך א׳:

נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -5{,}000 + \frac{1{,}550}{(1.12)^1} + \frac{2{,}100}{(1.12)^2} + \frac{1{,}950}{(1.12)^3} + \frac{1{,}200}{(1.12)^4} + \frac{1{,}050}{(1.12)^5} + \frac{1{,}000}{(1.12)^6}$$

$$N.P.V = 1{,}311.058$$

דרך ב׳:

נחשב את הערך הנוכחי הנקי של תוספת לתזרים ונוסיף את הערכים הנוכחיים הנקיים שחישבנו לכל פרויקט בנפרד.

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = 0 - \frac{200}{(1.1)^1} - \frac{200}{(1.1)^2} - \frac{200}{(1.1)^3} - \frac{200}{(1.1)^4} - \frac{200}{(1.1)^5} - \frac{200}{(1.1)^6}$$

$$N.P.V = -822.28$$

$$N.P.V = (-822.28) + 799.08 + 1{,}334.25 = 1{,}311.05$$

הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט א׳ ופרויקט ב׳ גם יחד הינו 1,311.05 ₪.

תשובה ב׳: ההשקעה המומלצת הינה השקעה בפרויקט ב׳ הואיל והוא מניב את הענ״נ הגבוה ביותר מתוך 3 האלטרנטיבות.

<u>שאלה חמישית:</u>

נציין שלא ניתן לעשות את 2 ההשקעות ביחד הואיל וההשקעות מוציאות זו את זו, על מנת להחליט באיזו השקעה לבחור נמצא מכנה משותף הכי קטן (12 שנים), 12 תקופות זוהי נקודת ההתחלה של 2 הפרויקטים, פרויקט א' נבצע 4 פעמים ופרויקט ב' נבצע 3 פעמים:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
א'	-500	300	350	-400	300	350	-400	300	350	-400	300	350	100
ב'	-600	200	275	230	-360	200	275	230	-360	200	275	230	240

נבחן כל פרויקט בנפרד:

השקעה בפרויקט א', נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -500 + \frac{300}{(1.09)^1} + \frac{350}{(1.09)^2} - \frac{400}{(1.09)^3} + \frac{300}{(1.09)^4} + \frac{350}{(1.09)^5} - \frac{400}{(1.09)^6}$$

$$+ \frac{300}{(1.09)^7} + \frac{300}{(1.09)^8} - \frac{400}{(1.09)^9} + \frac{300}{(1.09)^{10}} + \frac{350}{(1.09)^{11}} + \frac{100}{(1.09)^{12}} = 415.946$$

<u>הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט א' הינו 415.946 ₪, כלומר כדאי להשקיע בפרויקט זה.</u>

השקעה בפרויקט ב', נפתור את התרגיל על ידי שימוש בנוסחא של מקדם ערך נוכחי נקי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$N.P.V = -600 + \frac{200}{(1.09)^1} + \frac{275}{(1.09)^2} + \frac{230}{(1.09)^3} - \frac{360}{(1.09)^4} + \frac{200}{(1.09)^5} + \frac{275}{(1.09)^6}$$

$$+ \frac{230}{(1.09)^7} - \frac{360}{(1.09)^8} + \frac{200}{(1.09)^9} + \frac{275}{(1.09)^{10}} + \frac{230}{(1.09)^{11}} + \frac{240}{(1.09)^{12}} = 359.332$$

<u>הערך הנוכחי הנקי של השקעה בפרויקט א' הינו 359.332 ₪, כלומר כדאי להשקיע בפרויקט זה.</u>

<u>תשובה א': בהשוואה בין הפרויקטים כדאי להשקיע בפרויקט א' הואיל והוא יניב ערך נוכחי נקי גבוה יותר מהשקעה בפרויקט ב' (לא ניתן להשקיע ב – 2 הפרויקטים הואיל והם מוציאים זה את זה).</u>

<u>שאלה שישית:</u>

נבנה את התזרים של 2 האופציות:

	0	1	2	3	4
אופציה א'	65,000-	15,000	15,000	15,000	15,000
אופציה ב'	15,000-	5,000	5,000	5,000	5,000

כעת נחשב את הע"נ בשני המקרים באמצעות נוסחא למקדם ערך נוכחי סירתי (כמובן שניתן להציב גם בנוסחא לערך נוכחי נקי):

רכישת מכונית חדשה:

$$NPV_A = -65{,}000 + 15{,}000 \times \frac{(1+0.08)^4 - 1}{0.08 \times (1+0.08)^4}$$

$$NPV_A = -15{,}318$$

לא כדאי לרכוש מכוניות חדשות הואיל והערך הנוכחי הנקי הוא 15,318- ₪, כלומר שלילי.

שיפוץ מכונית:

$$NPV_A = -15{,}000 + 5{,}000 \times \frac{(1+0.08)^4 - 1}{0.08 \times (1+0.08)^4}$$

$$NPV_A = 1{,}561$$

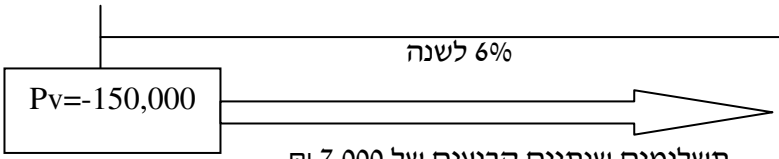
כדאי לשפץ את המכוניות הואיל והערך הנוכחי הנקי הוא 1,561 ₪.

תשובה ד': כדאי לשפץ את המכוניות הואיל והערך הנוכחי הנקי הוא 1,561 ₪, לעומת זאת ברכישת מכונית חדשה הערך הנוכחי הנקי שלילי ולכן לא מומלץ לרכוש מכונית חדשה.

<u>שאלה שביעית:</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:

שנים: 0 15



תשלומים שנתיים קבועים של 7,000 ₪

על מנת למצוא את הסכום שיצטבר בתום תקופת תוכנית החיסכון נחלק את התוכנית לשתיים:

1. הפקדה חד פעמית בסך של 150,000 ₪, נחשב את התשובה באמצעות הנוסחא למקדם ערך עתידי, באופן דומה ניתן להכפיל במקדם ערך עתידי ל – 15 שנים בריבית של 6%:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$fv = 150{,}000 \times (1+0.06)^{15} = 359{,}483.729$$

2. הפקדה בכל סוף שנה בסך של 7,000 ₪ נחשב את התשובה באמצעות הנוסחא למקדם ערך עתידי סידרתי, באופן דומה ניתן להכפיל במקדם ערך עתידי סידרתי ל – 15 שנים בריבית של 6%:

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$fva = 7{,}000 \times \frac{(1+0.06)^{15} - 1}{0.06} = 162{,}931.7892$$

הסכום שנצבור לאחר 15 שנים הוא:

$$fv = 359{,}483.729 + 162{,}931.7892 = 522{,}416$$

תשובה ב': לאחר 15 שנים יצטבר בתוכנית החיסכון 522,416 ₪.

שאלה שמינית:

נבנה את תזרים ההלוואה, השת"פ של התזרים יהיה הריבית האפקטיבית של ההלוואה, כלומר הריבית האמיתית:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV = 1 \times (1 - 0.1) + \frac{1.2}{(1 + IRR)} = 0$$

$$IRR = 0.333 = 33.33\%$$

תשובה ה': הריבית השנתית האפקטיבית הינה 33.33%.

<u>שאלה תשיעית:</u>

על מנת לבחור את אלטרנטיבה בעלת הריבית הנמוכה ביותר (הלוואה) נמצא את הריבית האפקטיבית השנתית בכל אלטרנטיבה:

<u>אלטרנטיבה 1</u>:

נחשב את הריבית האפקטיבית הרבעונית לפי IRR ולאחר מכן נמצא את הריבית האפקטיבית השנתית.

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV = 6000 \times (1-0.15) - \frac{6{,}000 \times 0.01}{(1+IRR)^1} - \frac{6{,}000 \times 0.01}{(1+IRR)^2} - \frac{6{,}000 \times 0.01}{(1+IRR)^3}$$

$$- \frac{6000 \times 0.01 + 6{,}000}{(1+IRR)^4} = 0$$

$$IRR = 5.255\%$$

הריבית האפקטיבית השנתית הינה:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = \left(1 + 0.05255\right)^4 - 1 = 22.735$$

הריבית האפקטיבית השנתית הינה 22.735%.

אלטרנטיבה 2:

הריבית האפקטיבית עבור המחצית הראשונה של השנה:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{n} - 1$$

$$r = (1 + 0.01)^{6} - 1 = 6.152\%$$

הריבית האפקטיבית עבור המחצית השנייה של השנה:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{n} - 1$$

$$r = (1 + 0.02)^{6} - 1 = 12.616\%$$

הריבית האפקטיבית השנתית הינה:

$$r = (1 + 0.06152) \times (1 + 0.12616) - 1 = 19.544$$

הריבית האפקטיבית השנתית הינה 19.544%.

אלטרנטיבה 3:

באופן דומה לאלטרנטיבה הקודמת:

$$r = (1 + 0.015)^{6} \times (1 + 0.01)^{6} - 1 = 16.07$$

הריבית האפקטיבית השנתית הינה 16.07%.

אלטרנטיבה 4:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{n} - 1$$

$$r = \left(1 + \frac{0.15}{12}\right)^{12} - 1 = 16.07\%$$

הריבית האפקטיבית השנתית הינה 16.07%.

<u>תשובה ה': הריבית האפקטיבית האטרקטיבית ביותר להלוואה הינה 16.07% וזה מתקיים גם באלטרנטיבה 3 וגם ב – 4.</u>

<u>שאלה עשירית:</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:

לפי משוואת פישר ניתן לחשב את הריבית הנומינלית ב – 6 שנים הראשונות:

$$i = (1+r)\times(1+p)-1$$

$$i = (1.06)\times(1.1)-1 = 16.6\%$$

הערך הנומינלי העתידי של ההפקדות בתום 6 שנים הוא:

$$fva = A\times\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$fva = 20{,}000\times\frac{(1+0.166)^6-1}{0.166}$$

$$fva = 182{,}288$$

נותרו עוד 4 שנים, לפי משוואת פישר ניתן לחשב את הריבית הנומינלית ב – 4 שנים האחרונות:

$$i = (1+r)\times(1+p)-1$$
$$i = (1.06)\times(1.15)-1 = 21.9\%$$

נצמיד את החיסכון שמצאנו לאחר 4 שנים:

$$fv = pv\times(1+i)^n$$
$$fv = 182{,}288\times(1+0.219)^4$$
$$fv = 402{,}506$$

402,506 ₪ זהו הערך העתידי לאחר 10 שנה של ההפקדות ב – 6 שנים הראשונות.

הערך הנומינלי העתידי של ההפקדות בתום 4 שנים הנוספות הוא:

$$fva = A\times\frac{(1+i)^n-1}{i}$$
$$fva = 20{,}000\times\frac{(1+0.219)^4-1}{0.219}$$
$$fva = 110{,}327$$

כעת ניתן לחשב את הסכום שנצבר בתוכנית חיסכון לאחר 10 שנים:

$$fv = 402{,}506+110{,}327 = 512{,}833$$

<u>תשובה ג': בתום תוכנית החיסכון יעמוד לרשות המפקיד 512,833 ₪ בהינתן האינפלציה החזויה במשך 10 השנים הבאות.</u>

שאלה אחת עשרה:

ניתן לראות שמדובר בתזרים לא קונבנציונאלי ולכן נחשב את ה – IRR על מנת לבחון באיזה תחום של ריביות הפרויקט כדאי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV = -100 + \frac{250}{(1+IRR)^1} - \frac{5}{(1+IRR)^2} = 0$$

$$\frac{1}{(1+IRR)} = x$$

$$\Downarrow$$

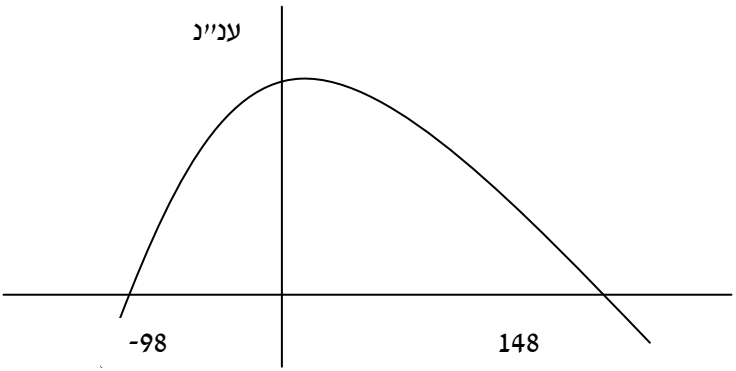
$$-5x^2 + 250x - 100 = 0$$

$$x_{12} = \frac{-250 \pm \sqrt{250^2 - 4 \times (-5) \times (-100)}}{2 \times (-5)}$$

$$x_{12} = \frac{-250 \pm 245.967}{-10}$$

$$x_1 = 0.4032 \Rightarrow IRR = 148\%$$

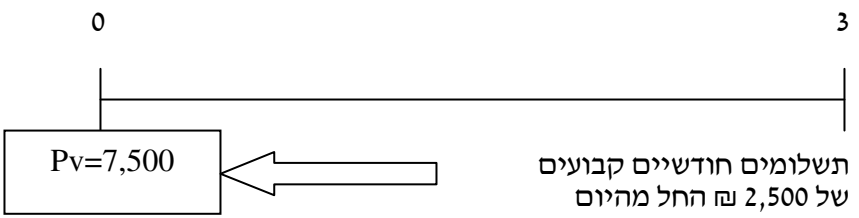
$$x_2 = 49.596 \Rightarrow IRR = -97.9\%$$



תשובה ב': זוהי השקעה "בוכה" ולכן כל השקעה בריבית שמתחת ל – 148%כדאית (עד ריבית שווה לאפס).

שאלה שתיים עשרה:

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



תחילה עלינו לחשב את הריבית החודשית האפקטיבית אשר שווה לריבית הנומינלית בשאלה זו:

$$i = (1+r)^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$i = (1+0.26824)^{\frac{1}{12}} - 1 \cong 2\%$$

הריבית החודשית האפקטיבית הינה 2% כעת עלינו לחשב את ההפרש בין האלטרנטיבות ולא רק את השווי של המחשב היום נחשב זאת באמצעות הנוסחא למקדם ערך עתידי סידרתי, באופן דומה ניתן להיעזר בלוח היוון של מקדם ערך נוכחי סידרתי ל – 3 שנים עם ריבית של 2%:

$$pv - pva = pv - A \times (1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n} =$$

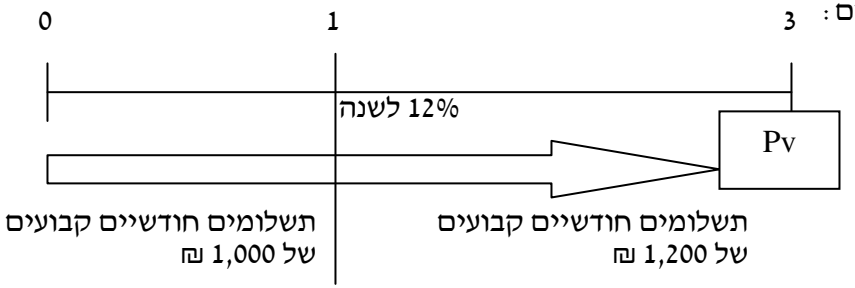
$$7{,}500 - 2{,}500 \times (1+0.02) \times \frac{(1+0.02)^3 - 1}{0.02 \times (1+0.02)^3} =$$

$$7{,}500 - 2{,}500 \times (1+0.02) \times 2.884 = 7{,}500 - 7{,}354 = 146$$

<u>תשובה א': ההטבה הינה 146 ₪ כאשר משלמים בתשלומים לעומת תשלום במזומן.</u>

<u>שאלה שלוש עשרה:</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



תחילה עלינו לחשב ריבית חודשית אפקטיבית וריבית שנתית אפקטיבית:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{12} - 1 = 12.68\%$$

$$i = \frac{i}{n} = \frac{0.12}{12} = 0.01$$

הריבית החודשית הנומינלית ששווה לריבית אפקטיבית חודשית הינה 1% והריבית השנתית האפקטיבית הינה 12.68%, כעת ניתן לחשב את המשך התרגיל.

עלינו להעביר את כל הסכומים לעתיד לאחר 3 שנים, נצבע זאת במספר שלבים

שלב ראשון נחשב את השווי של ההפקדות החודשית בשנה הראשונה לעתיד באמצעות הנוסחא לחישוב ערך עתידי סידרתי וריבית אפקטיבית חודשית, בתום השנה הראשונה אנו נצבור (12 חודשים):

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$fv = 1{,}000 \times \frac{(1+0.01)^{12} - 1}{0.01} = 12{,}682.5 \cong 12{,}683$$

לאחר שנה ערך ההפקדות של השנה הראשונה יהיה 12,683 ₪, כעת באמצעות הנוסחא למקדם ערך עתידי וריבית אפקטיבית שנתית נעביר את הסכום שנתיים קדימה:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$
$$fv = 12{,}683 \times (1+0.1268)^2 = 16{,}103 \cong 16{,}103$$

סכום ההפקדות של 1,000 ₪ בשנה הראשונה הוא שווה ערך ל – 16,103 ₪ לאחר 3 שנים.

כעת נחשב את סכום ההפקדות בשנתיים הנותרות באמצעות הנוסחא למקדם ערך עתידי וריבית אפקטיבית שנתית:

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$
$$fv = 1{,}200 \times \frac{(1+0.01)^{24} - 1}{0.01} = 32{,}368$$

סכום ההפקדות לאחר 3 שנים הוא:

$$fv = 16{,}103 + 32{,}368 = 48{,}471$$

<u>תשובה ג': סכום ההפקדות לאחר 3 שנים הוא 48,471.</u>

שאלה ארבע עשרה:

תחילה נשרטט את ציר הזמן:

שנים: 0 4 7

נמצא את הריבית האפקטיבית השנתית המתקבלת לאחר שנתיים:

$$fv = pv(1+i)^n$$

$$101,600 = 40,000(1+i)^{16}$$

$$\frac{101,6000}{40,000} = 2.54 = (1+i)^{16}$$

נפנה ללוח היוון מקדם ערך עתידי, נסתכל בשורה 16 (רבעונים) ונחפש את הערך הקרוב ל – 2.54, הריבית התאימה לערך זה הינה:

$i=6\%$

ניתן להגיע לריבית זו באופן אלגברי על ידי העלאה בחזקה של 1/16:

$$2.54 = (1+i)^{16} \Big|^{\frac{1}{16}}$$

$$(2.54)^{\frac{1}{16}} = 1+i$$

$$i = 6\%$$

הריבית הרבעונית הינה 6% ולכן שער הריבית השנתי הנקוב הוא:

$$i = 4*6 = 24\%$$

<u>תשובה ד': שער הריבית השנתי הנקוב הוא 24%.</u>

שאלה חמש עשרה:

מתוך השאלה נסיק שהריבית הריאלית הינה 10% והריבית הנומינלית הינה 15% על מנת למצוא את שיעור האינפלציה נציב הנוסחא הבאה:

$$R = \frac{(1+i)}{(1+p)} - 1$$

$$(1+R)\times(1+p) = (1+i)$$

$$(1+p) = \frac{(1+i)}{(1+R)}$$

$$p = \frac{(1+i)}{(1+R)} - 1$$

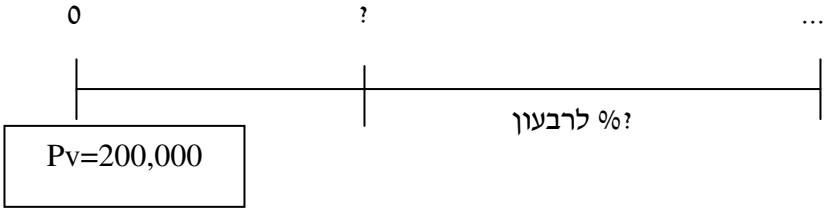
$$p = \frac{(1+0.15)}{(1+0.1)} - 1 = 4.545\%$$

תשובה ב': שיעור האינפלציה החזוי בשוק ההון הינו 4.545%.

שאלה שש עשרה:

תחילה נשרטט את ציר הזמן:

שנים:



בעוד מספר שנים תתקבל בהשקעה סידרה אינסופית בסך של 93,086 ₪ הערך הנוכחי של התקבול באינסוף הוא:

$$pvp = pmt \times \frac{1}{i}$$

$$pvp = \frac{93{,}086}{0.07} = 1{,}329{,}800$$

כעת נבדוק מהו מספר השנים שנסכים להמתין לסכום זה:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$1{,}329{,}800 = 200{,}000 \times (1+0.07)^n$$

$$6.649 = (1+0.07)^n$$

לאחר שמצאנו את המקדם נפנה ללוח ההיוון של מקדם ערך עתידי ונחפש את הקירוב לספרה 6.649, את החיפוש נעשה בעמודה של 7%, השורה המתאימה היא בקירוב:

$n = 28$

נציין שניתן להמשיך ולפתור בעיה זו גם ללא לוח היוון, אלא ע"י הוצאות log משני צדדי המשוואה:

$$\log 6.649 = \log(1.+0.07)^n$$

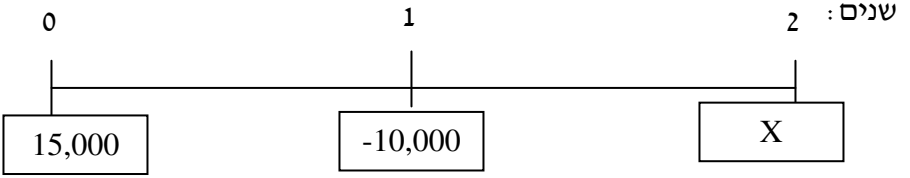
$$\log 6.649 = n\log(1.+0.07)$$

$$n = \frac{\log 6.649}{\log(1+0.07)} = 28$$

<u>תשובה ד': יש לחכות 28 שנים בקירוב על מנת שהפרויקט יתחיל להניב את התקבולים לנצח.</u>

<u>שאלה שבע עשרה:</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:



שת"פ של 15% ומחיר הון של 10%

עלינו לחשב את שווי התקבול/התשלום בעוד שנתיים, ידוע שהשת"פ הוא 15%, ולכן ניתן להשוות את הערך הנוכחי הנקי לאפס בריבית של 15%:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV = 15{,}000 - \frac{10{,}000}{1.15} + \frac{X}{(1.15)^2} = 0$$

$$X = -8{,}337.5$$

בשנה השנייה של הפרויקט תהיה הוצאה של 8,337.5- כלומר נוצר לנו פרויקט קונבנציונאלי הפוך וידוע הכלל שבמידה ומחיר ההון גבוה מהשת"פ הפרויקט כדאי במקרה שלנו מחיר ההון נמוך מהשת"פ ועלינו לחשב את ענ"נ הפרויקט בריבית של 10% מתוך ידיעה שהוא יהיה לא כדאי:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

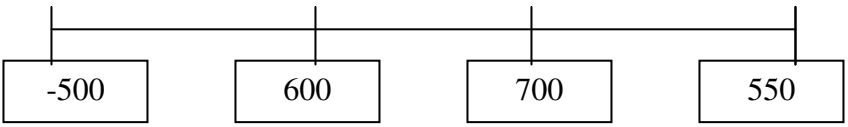
$$NPV = 15{,}000 - \frac{10{,}000}{1.1} - \frac{8{,}337.5}{(1.1)^2} = -981.4$$

<u>תשובה ב': לא כדאי להשקיע בפרויקט הואיל והענ"נ הוא 981- ₪.</u>

<u>שאלה שמונה עשרה:</u>

תחילה נשרטט את ציר הזמן:

שנים: 0 1 3 3



?% לשנה

לפי לוח היוון של מקדם ערך נוכחי נסתכל בשנה השנייה ונראה שמקדם של 0.842 תואם לריבית של 9% ולכן:

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV = -500 + \frac{600}{(1.09)^1} + \frac{700}{(1.09)^2} + \frac{550}{(1.09)^3}$$

$$NPV = 1{,}064$$

<u>תשובה א': הערך הנוכחי של התזרים בריבית של 9% הוא 1,064 ₪.</u>

שאלה תשע עשרה:

נחשב את התוחלת והשונות של שני הפרויקטים:

$$E_A = \frac{1}{3}\times 10{,}000 + \frac{1}{3}\times 12{,}000 + \frac{1}{3}\times 14{,}000 = 12{,}000$$

$$E_B = \frac{1}{2}\times 5{,}000 + \frac{1}{2}\times 20{,}000 = 12{,}500$$

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{(10{,}000-12{,}000)^2 + (12{,}000-12{,}000)^2 + (14{,}000-12{,}000)^2}{3}} \cong 1{,}633$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{(5{,}000-12{,}500)^2 + (20{,}000-12{,}500)^2}{2}} = 7{,}500$$

$$E_A = 12{,}000 < 12{,}500 = E_B$$

$$\sigma_A = 1{,}633 < 7{,}500 = \sigma_B$$

תשובה ד': התוחלת של פרויקט A (12,000 ₪) קטנה מהתוחלת של פרויקט B (12,500 ₪), לעומת זאת סטיית התקן של פרויקט A (1,633 ₪) גם היא קטנה מסטיית התקן של פרויקט B (7,500 ₪) ולכן לא ניתן לדעת איזה פרויקט יבחר משקיע שונא סיכון הואיל וגם התוחלת וגם השונות גדולות יותר בפרויקט B.

שאלה עשרים:

תשובה ג': יתכנו מספר IRR שונים הואיל וכאשר כל פרויקט בנפרד הוא קונבנציונאלי אין הדבר מחייב שהפרויקט ההפרשי גם הוא קונבנציונאלי ובפרויקט לא קונבנציונאלי מספר ה – IRR נע בין אפס ועד מספר חילופי הסימן.

<u>מבחן לדוגמא 3</u>

1. משקיע שלווה סכום כסף מסוים בריבית של 9.645% לשנה, יצטרך להחזיר לבנק בעוד 3 שנים 5,000 ₪ בגין תשלומי ריבית (בנוסף לקרן שהוא יצטרך לשלם). ידוע שהריבית מחושבת אחת לרבעון ומצטברת לקרן ההלוואה.
   מהו הסכום אותו לווה האדם אם ידוע שבעת פירעון ההלוואה פורעים הן את הקרן והן את תשלום הריבית עבור התקופה?
   א. 20,756 ₪.
   ב. 12,986 ₪.
   ג. 15,106 ₪.
   ד. 17,812 ₪.
   ה. אף תשובה איננה נכונה, התשובה הנכונה היא: _____

2. פירמה צופה לקבל 2,700 ₪ לשנה מבעוד 5 שנים עד אינסוף. בהנחה ששער הריבית הנומינלית החודשי הינה 1%, מהו הערך הנוכחי של התקבולים?
   א. 13,209 ₪.
   ב. 21,293 ₪.
   ג. 11,722 ₪.
   ד. 14,299 ₪.
   ה. אף תשובה איננה נכונה, התשובה הנכונה היא: _____

3. חברה נטלה הלוואה ל – 10 שנים בסך של 300,000 ₪, בריבית שנתית של 8%, התשלומים עבור ההלוואה שווים ומשולמים בתום כל שנה, מיד לאחר התשלום הרביעי מבקשת החברה לפרוע את ההלוואה, הבנק מצידו דורש קנס בסך שבירה בסך של 25% מהיתרה לפירעון בנוסף ליתרה עצמה. הסכום שאותו נדרשת החברה לשלם ביום שבירת תוכנית החיסכון הוא:

   א. 206,684 ₪.

   ב. 227,352 ₪.

   ג. 268,254 ₪.

   ד. 335,317 ₪.

   ה. אף תשובה איננה נכונה, התשובה הנכונה היא: _____

4. ככל שריבית על ההלוואה גדלה ותקופה ההחזר קטנה:

   א. התשלום התקופתי יקטן.

   ב. התשלום התקופתי יגדל.

   ג. התשלום התקופתי לא משתנה.

   ד. לא ניתן לדעת.

   ה. אף תשובה איננה נכונה.

5. בנק מוכן להלוות סכום חד פעמי שיוחזר בצירוף הריבית בתום שנה ממועד מתן ההלוואה, הריבית החוזית השנתית שגובה הבנק הינה 20%. בנוסף לריבית מנכה הבנק בזמן מתן ההלוואה עמלה מראש בסך של 10% מסכום ההלוואה, הריבית האפקטיבית שגובה הבנק היא:

   א. 25.55%

   ב. 28.33%

   ג. 30%

   ד. 33.33%

   ה. אף תשובה איננה נכונה התשובה הנכונה היא _____

6. משקיע בחן פרויקט קונבנציונאלי וקיבל ענ"נ חיובי, בגלל קשיי תקציב החליט המשקיע לדחות את הפרויקט בשנתיים, הענ"נ של הפרויקט (במונחי היום):

   א. יקטן.

   ב. יגדל.

   ג. התשובה תלויה בריבית.

   ד. התשובה תלויה באורך חיי הפרויקט.

   ה. אין מספיק נתונים בכדי לקבוע.

   ו. תשובות ג' + ד' נכונות.

7. לקוח פותח תוכנית חסכון ומפקיד 1,000 ₪ בסוף כל חודש, כעבור שנתיים מגדיל הלקוח את גובה ההפקדה החודשית ל – 1,500 ₪, הבנק משלם ללקוח ריבית אפקטיבית שנתית של 9% מהו יתרת החיסכון לאחר 4 שנים?

   א. 65,240 ₪.

   ב. 69,894 ₪.

   ג. 73,713 ₪.

   ד. 76,985 ₪.

   ה. אף תשובה איננה נכונה התשובה הנכונה היא: _____

8. אדם מפקיד משנת 2003 מדי חודש במשך 3 שנים סכום קבוע לרכישת מכונית, הוא מבצע את ההפקדה הראשונה בתאריך ה – 1.1.2003, שלוש שנים לאחר מכן (במהלך שלוש השנים הכסף "שכב" בתוכנית חיסכון בבנק וצבר ריבית), הוא החליט לקנות מכונית בכסף שצבר. הקניה תתבצע בשלושה תשלומים שנתיים שווים של 50,000 ₪ כאשר התשלום הראשון משולם עם הקנייה והיתר מידי שנה, ידוע שהריבית השנתית הנקובה הינה 24%, מהו סכום ההפקדה החודשי שעליו להפקיד כדי שהחיסכון יספיק בדיוק לרכישת מכונית?.

א. 546 ₪.

ב. 723 ₪.

ג. 878 ₪.

ד. 1,054 ₪.

ה. אף תשובה איננה נכונה התשובה הנכונה היא: _____

9. השקעת סכום כסף בתכנית חיסכון, כעבור ארבע שנים נצבר בה סך של 100,000 ₪ כעבור עשר שנים כבר נצברו בה 322,510 ₪, מהו שער הריבית השנתי הנקוב בתכנית החיסכון, אם ידוע שהיא מחושבת רבעונית?

א. 14.55%

ב. 16.75%

ג. 18.95%

ד. 20%

10. באג״ח שמשלם קופון לנצח שער הריבית האפקטיבית השנתית הוא 12%, מהו התקבול הרבעוני הקבוע, בהנחה שהערך הנוכחי הוא 29,578 ₪?

א. 850 ₪.

ב. 920 ₪.

ג. 1,073 ₪.

ד. 1,222 ₪.

ה. אף תשובה איננה נכונה התשובה הנכונה היא: _____

11. נתונה פירמה בעלת מחיר הון 12%, פרויקט א׳ ופרויקט ב׳ המוציאים זה את זה (פרויקטים קונבנציונאליים) דורשים השקעה של 30,000 כל אחד מהם ולשניהם ענ״נ בסך של 100,000 ₪. לפרויקט א׳ שת״פ של 17% ולפרויקט ב׳ שת״פ של 13%. אנליסט של החברה טוען שיש להוון את תזרימי הפרויקטים בריבית של 9%, באיזה פרויקט תבחר החברה?

א. פרויקט א׳.

ב. פרויקט ב׳.

ג. החברה תשקיע בשני הפרויקטים.

ד. החברה לא תשקיע באף אחד מהפרויקטים

ה. חסר נתונים על מנת לענות על השאלה.

12. נתון הפרויקט הבא:

שנה	0	1	2
תשלום/תקבול	-100	240	-87.75

באילו מחירי הון הפרויקט כדאי?

א. במחיר הון שקטן מ – 25%- וגדול מ – 95%.

ב. במחיר הון שנע בין 95% לבין 25%-.

ג. במחיר הון שקטן מ – 95%.

ד. במחיר הון שגדול מ – 95%.

ה. הפרויקט לא כדאי בכל מחיר הון.

13. נתונים שני התזרימים:

	0	1	2	3
פרויקט A	-1,000	1,500	-500	
פרויקט B	-1,500	1,000	700	200

על השקעה A ניתן לחזור 20 פעמים ועל השקעה B ניתן לחזור 15 פעמים, שער ההיוון של החברה הינו 9%, הנח שיש קשר בין הפרויקטים כך שאם שניהם יתבצעו התזרים השנתי בהשקעה A יגדל ב – 70 ₪ כל שנה ושל תזרים B יקטן ב – 50 ₪ כל שנה (ההשקעה לא תשתנה) באיזו מההשקעות האפשריות יבחר המשקיע?

א. השקעה בשני הפרויקטים.

ב. לא מומלץ להשקיע בפרויקטים.

ג. פרויקט א'.

ד. פרויקט ב'.

14. הינך לוקח הלוואה של 1000 ₪ ל-20 שנים ולפניך עומדות שתי אפשרויות:

1. הלוואה בריבית ריאלית של 5% לשנה
2. הלוואה בריבית נומינלית של 12% לשנה מחושבת רבעונית.

בהנחה כי האינפלציה בשנה זוגית היא 6% ובשנה אי זוגית היא 9% איזה הלוואה תעדיף?

א. הלוואה 1 עדיפה.

ב. הלוואה 2 עדיפה.

ג. שתי ההלוואות זהות.

ד. תלוי בגובה ההלוואה.

ה. אין מספיק נתונים.

15. פלוני חסך 2,000 ₪ לשנה במשך 15 שנה והכסף נשא ריבית שנתית של 7% במשך כל התקופה.
שנה לאחר סיום החיסכון החל פלוני למשוך 5,000 ₪ לשנה וזאת במשך 4 שנים, בשנה החמישית ובשנה השישית משך 7,500 ₪ לשנה ובשנה השביעית החליט למשוך את יתרת החיסכון שלו, איזה סכום עמד לרשותו. בהנחה כי בתקופת המשיכות הריבית השנתית הייתה 8%?

א. 40,904 ₪.

ב. 86,133 ₪.

ג. 32,448 ₪.

ד. 50,986 ₪.

ה. אף תשובה איננה נכונה התשובה הנכונה היא: _____

16. בנק מציע ללקוחותיו להפקיד 300,000 ₪ ולקבל הכנסה רבעונית של 15,000 ₪ למשך 30 שנים, מהי הריבית הסוף שנתית האפקטיבית שמציע הבנק?

א. 5%

ב. 15.69%

ג. 20%

ד. 21.48%

ה. אף תשובה איננה נכונה התשובה הנכונה היא: _____

17. הוצאת סד של 7,000 ₪ על סקר שהראה שאם תשקיע סד של 18,000 ₪ תקבל בכל שנה במשך 10 השנים הבאות 1,800 ₪, האם תבצע את הפרויקט בריבית נקובה של 12% מחושבת חצי שנתי.

א. לא נשקיע בפרויקט, הפרויקט לא כדאי הואיל והענ"נ 8,106-.

ב. הפרויקט כדאי, הפרויקט כדאי ולכן נשקיע בפרויקט.

ג. לא נשקיע בפרויקט, הפרויקט לא כדאי הואיל והענ"נ 7,829-.

ד. לא נשקיע בפרויקט, הפרויקט לא כדאי הואיל והענ"נ 7,977-

ה. אף תשובה איננה נכונה התשובה הנכונה היא: _____

18. להלן 2 השקעות:

	0	1
A	-5,000	2,500
B	5,000	-2,000

באיזה שער ריבית יהיה ענ"נ 2 ההשקעות זהה?

א. בשער ריבית 0.

ב. בשער ריבית 10%.

ג. לא קיים שער ריבית בו ענ"נ ההשקעות זהה.

ד. חסר נתונים לפיתרון השאלה.

19. אתה מפקיד 200,000 ₪ בתוכנית חיסכון ל – 10 שנים, בנוסף מופקדים בתוכנית חיסכון עוד 10,000 ₪ בסוף כל שנה, כמה כסף יעמוד לרשותך בתום תקופת החיסכון אם הריבית הינה 6% לשנה?

א. 358,170 ₪.

ב. 489,978 ₪.

ג. 131,808 ₪.

ד. 293,672 ₪.

ה. אף תשובה איננה נכונה התשובה הנכונה היא: _____

20. לצורך בניית אזור מחסנים שמחירו הוא 3 מיליון ₪, קיבלת הלוואה של 2,000,000 ₪ ל – 4 שנים בריבית שנתית אפקטיבית של 8% והחזרים סוף שנתיים שווים, היתרה תגויס מהבנק שלך באותם תנאים אך בריבית של 25%, הבנייה היא ל – 4 שנים, מהו שכר הדירה השנתי המינימאלי בו תחייב את השוכרים לכל מחסן אם סך הבנייה מספיקה ל – 4 מחסנים?

א. 603,841 ₪.

ב. 256,820 ₪.

ג. 423,442 ₪.

ד. 1,027,283 ₪.

ה. אף תשובה איננה נכונה התשובה הנכונה היא: _____

בהצלחה

פתרון מבחן לדוגמא 3

שאלה ראשונה

ראשית עלינו למצוא את הריבית האפקטיבית השנתית:

$$r = \left(1+\frac{i}{n}\right)^n - 1 = \left(1+\frac{0.09645}{4}\right)^4 - 1 = 10\%.$$

כעת עלינו לחשב את הקרן ההלוואה לפי העובדה שאנו יודעים שבתום 3 שנים החברה תשלם 5,000 ₪ ריבית בעבור ההלוואה וכן הריבית הינה 10% שנתית אפקטיבית:

$$fv = pv(1+i)^n = x(1+0.1)^3 = x + 5{,}000.$$

$$x(1+0.1)^3 - x = 5{,}000.$$

$$x = \frac{5{,}000}{(1+0.1)^3-1} = \frac{5{,}000}{0.331} = 15{,}106.$$

אם היינו מציבים ריבית רבעונית היינו מקבלים:

$$i = \frac{0.09645}{4} = 0.02411.$$

$$v = pv(1+i)^n = x(1+0.02411)^{12} = x + 5{,}000.$$

$$x(1+0.02411)^{12} - x = 5{,}000.$$

$$x = \frac{5{,}000}{(1+0.02411)^{12}-1} = \frac{5{,}000}{0.3309} = 15{,}106.$$

<u>תשובה ג' – 15,106.</u>

<u>שאלה שנייה</u>

החברה צופה לקבל 2,700 ₪ לנצח ולכן ראשית עלינו למצוא את הריבית השנתית:

$$.r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1 = (1 + 0.01)^{12} - 1 = 12.68\%$$

כעת נהוון את התזרים של אינסוף לשנה שישית ואז נהוון את התזרים 6 שנים אחורה ללא הפקדות:

$$.pv = \frac{pmt}{i} = \frac{2,700}{0.1268} = 21,293$$

$$.pv = \frac{fv}{(1+i)^n} = \frac{21,293}{(1+0.1268)^4} = 13,209$$

<u>תשובה א' – 13,209.</u>

<u>שאלה שלישית</u>

ראשית נמצא את גובה התשלום השנתי באמצעות נוסחה לערך נוכחי סידרתי:

$$.pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$.300,000 = A \times \frac{(1+0.08)^{10} - 1}{0.08 \times (1+0.08)^{10}}$$

$$.A \cong 44,709$$

לאחר התשלום הרביעי נותרו עוד 6 תשלומים לפירעון ולכן ערכם בתום 4 שנים הוא:

$$.pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$.pv = 44{,}709 \times \frac{(1+0.09)^6-1}{0.09\times(1+0.09)^6} \cong 206{,}684$$

כעת עלינו להוסיף 25% קנס שבירה:

$$.206{,}684 * 1.25 = 258{,}355$$

<u>תשובה ה' – 258,355 ₪.</u>

<u>שאלה רביעית</u>

ככל שריבית על ההלוואה גדלה ותקופה ההחזר קטנה:

התשלום השנתי מתקבל מחלוקת הערך הנוכחי במקדם ערך נוכחי של סידרת תשלומים.

הנוסחה לחישוב ערך נוכחי של סידרה: $pv = \frac{1-\frac{1}{(1+i)^n}}{i}$, עליה בשער הריבית מקטינה את המקדם ערך נוכחי ולכן מגדילה את ההחזר הקבוע.

ככל שמספר תקופות ההחזר קטן- קטן מקדם ערך נוכחי ולכן התשלום התקופתי גדל.

שני הגורמים משפיעים לאותו כיוון ולכן <u>תשובה ב' התשלום התקופתי גדל.</u>

<u>שאלה חמישית</u>

ישנן 2 דרכים לפיתרון הבעיה:

<u>דרך א:</u>

אם החברה לוקחת הלוואה של 100 ₪ היא תקבל בהתחלה רק 90 ₪ ותחזיר בעתיד 100 ₪ + ריבית:

$$.NPV = 90 - \frac{120}{(1+irr)} = 0 \Rightarrow IRR = 33.33\%$$

דרך ב׳:

$$r_{eff} = \frac{\left(1+\frac{k}{m}\right)^m}{\left(1-\frac{d}{n}\right)^n} - 1 = \frac{(1+0.2)}{(1-0.1)} - 1 = 33.33\%.$$

תשובה ד׳ 33.33%

שאלה שישית

תשובה א׳ נכונה – העברת תקבולים לעתיד מקטינה אותם.

שאלה שביעית

עלינו להעביר את כל הסכומים לעתיד, אולם ראשית עלינו למצוא את הריבית החודשית:

$$i = (1+r)^{\frac{1}{n}} - 1 = (1+0.09)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0.0072 = 0.72\%.$$

נתחיל בהעברת ה – 1,000 ₪ לעתיד:

בתום השנתיים הראשונות אנו נצבור (24 חודשים):

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 1{,}000 \times \frac{(1+0.0072)^{24} - 1}{0.0072} = 26{,}096.2 \cong 26{,}096$$

לאחר שנתיים ערך ההפקדות של השנה הראשונה יהיה 26,096, כעת באמצעות מקדם ערך עתידי נעביר את הסכום שנתיים קדימה:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$fv = 26{,}096 \times \underbrace{(1+0.09)^2}_{1.188} = 31{,}004.9 \cong 31{,}005$$

סכום ההפקדות של 1,000 ₪ בשנה הראשונה הוא שווה ערך ל – 31,005

לאחר 4 שנים כעת נחשב את סכום ההפקדות בשנתיים הנותרות:

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 1{,}500 \times \frac{(1+0.0072)^{24} - 1}{0.0072} = 39{,}144.3 \cong 39{,}144$$

סכום ההפקדות לאחר 4 שנים הוא:

31,005 + 39,144 = 70,149

<u>סכום ההפקדות לאחר 4 שנים הוא 70,149 תשובה ה'.</u>

<u>שאלה שמינית</u>

תחילה נמצא את הסכום שעליו לחסוך ואז נחשב כמה עליו להפקיד בכל חודש.

הריבית האפקטיבית = הנומינלית החודשית הינה 2%, הריבית האפקטיבית השנתית הינה:

$$.r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1 = \left(1 + \frac{0.24}{12}\right)^{12} - 1 = 26.82\%$$

על מנת למצוא את עלות המכונית ב – 2004 ישנן 2 דרכים (אפתור בדרך אחת):

עלות המכונית ב – 1.1.09:

$$pva = A \times (1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$pva = 50{,}000 \times (1+0.2682) \times \frac{(1+0.2682)^3 - 1}{0.2682 \times (1+0.2682)^3} = 50{,}000 * 1.9 \cong 95{,}028$$

עלות המכונית ב – 1.1.06 לפי מקדם ערך נוכחי:

$$pv = \frac{fv}{(1+i)^n}$$

$$pv = \frac{95{,}028}{(1+0.2682)^3} = 46{,}589$$

ערך המכונית בתאריך ה – 1.1.06 הוא 46,589 ₪, כעת עלינו לחשב כמה כסף על אותו אדם לחסוך על מנת להגיע לסכום זה נעזר במקדם ערך עתידי סידרתי לסוף תקופה הואיל וההפקדה הראשונית שלנו היא בסוף החודש:

$$fva = A \times (1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$46{,}589 = A \times (1+0.02) \times \frac{(1+0.02)^{36} - 1}{0.02}$$

$$46{,}589 = A \times 53.034$$

$$A = 878.469 \cong 878$$

תשובה ג - על מנת לרכוש את המכונית על אותו אדם לחסוך 878 ₪ לחודש.

<u>שאלה תשיעית</u>

נחשב את הריבית הנקובה:

בשש שנים יש 24 רבעונים ולכן:

$$fv = pv(1+i)^n$$

$$322{,}510 = 100{,}000(1+i)^{24}$$

$$\frac{322{,}510}{100{,}000} = (1+i)^{24}$$

$$(3.2251)^{\frac{1}{24}} = 1+i$$

$$i = 5\%$$

ושער הריבית השנתי הנקוב הוא:

$$4*5 = 20\%$$

<u>תשובה ד' 20%.</u>

<u>שאלה עשירית</u>

נמצא ריבית לרבעון (לתקופה):

$$i = (1+r)^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$i = (1+0.12)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0.02873 = 2.873\%$$

כעת ניתן למצוא את התקבול הרבעוני של סידרה אינסופית כאשר הערך הנוכחי הינו 29,578 ₪:

$$pv = \frac{pmt}{i}$$

$$29{,}578 = \frac{pmt}{0.02873}$$

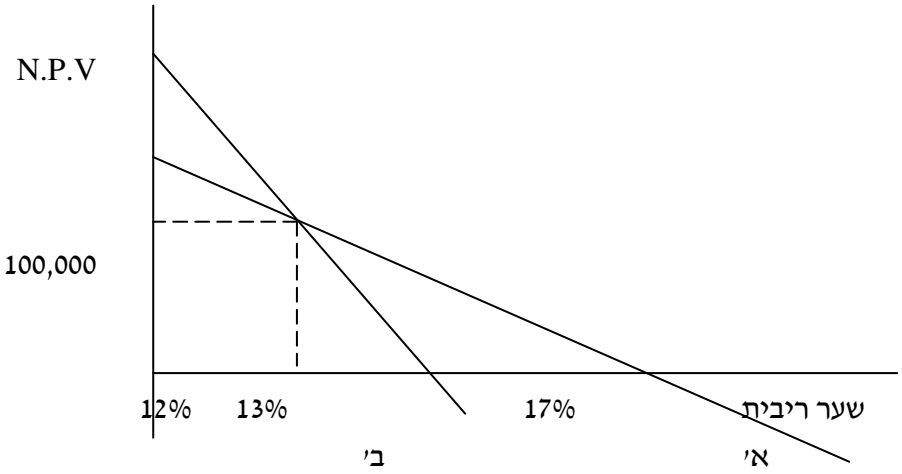
$$pmt = 29{,}578 * 0.02873 = 849.9 \cong 850$$

<u>התקבול החודשי הינו 850 ₪ תשובה א'.</u>

<u>שאלה אחת עשרה</u>

במחיר הון של 12% ענ"נ של שני הפרויקטים הוא 100,000 ₪, כלומר במחיר הון של 12% ערך הפרויקטים שווה ולכן השת"פ של <u>הפרויקט ההפרשי</u> (=<u>מחיר הון בו ערך הפרויקט ההפרשי שווה אפס</u>) הוא 12%.

נצייר זאת:



בשער ריבית של 9% פרויקט ב' מניב ענ"נ גבוה יותר (הפרויקטים מוציאים זה את ולכן לא ניתן להשקיע בשניהם), ולכן נשקיע בפרויקט ב' <u>תשובה ב'</u>.

<u>שאלה שתיים עשרה</u>

נחשב את ה – IRR של הפרויקט:

$$N.P.V. = -100 + \frac{240}{(1+i)} - \frac{87.75}{(1+i)^2} = 0 \Big| (1+i)^2$$

$$-100\underbrace{(1+i)^2}_{x^2} + 240\underbrace{(1+i)}_{x} - 87.75 = 0$$

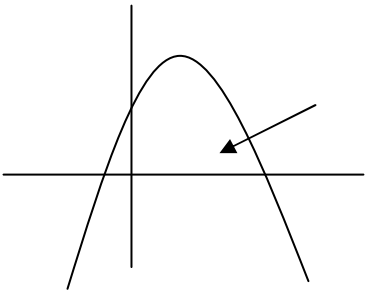
$$-100x^2 + 240x - 87.75 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-240 \pm \sqrt{(-240)^2 - 4 \times (-100) \times (-87.75)}}{2 \times (-100)} = \frac{-240 \pm \sqrt{22{,}500}}{-200}$$

$$x_1 = \frac{-240 + 150}{-200} = 0.45 \Rightarrow i = -55\%$$

$$x_2 = \frac{-240 - 150}{-200} = 1.95 \Rightarrow i = 95\%$$



<u>כלומר הפרויקט כדאי כאשר מחיר ההון קטן מ – 95% (אין משמעות לריבית שלילית) תשובה ג'.</u>

שאלה שלוש עשרה

נחשב NPV לשני הפרויקטים:

$$NPV_A = -100{,}000 + \frac{106{,}000}{1.09} = -2{,}752.29.$$

$$NPV_B = -50{,}000 + \frac{63{,}000}{1.09} = -1{,}376.14.$$

בשער ריבית של 9% נבחר בפרויקט A הואיל ואנו מפסידים פחות.

שני הפרויקטים יחד מניבים ענ"נ חיובי אולם הוא קטן מהענ"נ של פרויקט B ולכן נבחר בפרויקט B תשובה ב'.

שאלה ארבע עשרה

נבחן מהי הריבית האפקטיבית בשתי ההלוואות:

הלוואה בריבית ריאלית של 5% לשנה, נחשב את שווי הריבית הנומינלית לשנתיים (בעבור שנויי המדדים):

דרך א':

$$i = (1+r)\times(1+p)-1 = (1+0.05)^2\times(1+0.06)\times(1+0.09)-1$$

$$i = 0.2738$$

כעת נמיר את הריבית הנומינלית שמצאנו לשנה אחת (במקום שנתיים):

$$r = \left(1+\frac{i}{n}\right)^n - 1 = \left(1+0.2738\right)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0.1286$$

דרך ב׳:

ניתן להשתמש בנוסחא לריבית ממוצעת, כלומר לחשב את הריבית בשנה זוגית ו את הריבית בשנה אי זוגית ואז לחשב את הריבית הממוצעת:

ריבית בשנה זוגית:

$$i_1 = (1+0.05)\times(1+0.06)-1 = 0.113$$

ריבית בשנה אי זוגית:

$$i_2 = (1+0.05)\times(1+0.09)-1 = 0.1445$$

כעת נחשב את הריבית הממוצעת:

$$\bar{i} = \sqrt[n]{(1+i_1)\times(1+i_2).....\times(1+i_{n)}} - 1$$

$$i = \sqrt[2]{(1+0.113)\times(1+0.1445)} - 1 = 0.1286$$

הריבית האפקטיבית בהלוואה זו הינה 12.86% לשנה.

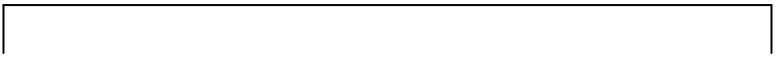
הריבית האפקטיבית בהלוואה זו נחשב באמצעות הנוסחה:

$$r = \left(1+\frac{i}{n}\right)^{n} - 1 = \left(1+\frac{0.12}{4}\right)^{4} - 1 = 12.55.$$

תשובה ב׳: הואיל והריבית האפקטיבית (האמיתית) בהלוואה השנייה נמוכה יותר, ההלוואה השנייה עדיפה.

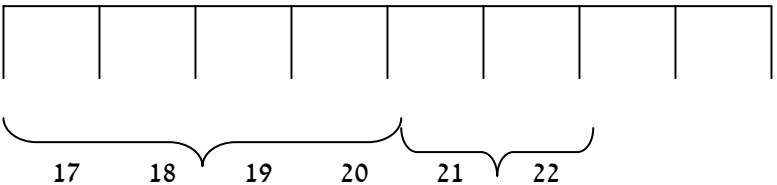
<u>שאלה חמש עשרה</u>

על מנת לפתור שאלה זו נשרטט את ציר הזמן ונהוון את כל תקבולים ו/או התשלומים לאורך 15 שנה לסוף השנה ה – 15:



שנים: 0 15

כל תום שנה הופקד 2,000 ₪ בריבית של 7% את הסכום יש להוון לתום השנה ה – 15 על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי, את הסכום שנקבל יש להוון לסוף השנה העשרים ושתיים בריבית של 8% על ידי מקדם ערך עתידי.



שנים: 16 17 18 19 20 21 22

כל תום שנה משך פלוני 7,500 ₪ בריבית של 8%, יש להוון את הסכום על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי ואז להוון את הסכום לסוף השנה העשרים ושתיים על ידי מקדם ערך עתידי לשנה אחת.

כל תום שנה משך פלוני 5,500 ₪ בריבית של 8%, יש להוון את הסכום לתום השנה ה – 20, על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי ואז להוון את הסכום לסוף שנה העשרים ושתיים, על ידי מקדם ערך עתידי ל – 3 שנים.

כעת נבצע את החישובים שתיארנו לעיל:

מהשנה אפס עד חמש עשרה, נהוון את ההפקדות לתום השנה החמש עשרה על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי:

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$fva = 2{,}000 \times \frac{(1+0.07)^{15} - 1}{0.07} = 50{,}258$$

נהוון את הסכום שקיבלנו לסוף השנה העשרים ושתיים על ידי מקדם ערך עתידי:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$fv = 50{,}258 \times (1+0.08)^7 = 86{,}133$$

86,133 ₪ זהו הסכום שהופקד במהלך השנים מהוון לשנה העשרים ושתיים.

משנה 16 ועד 20, נהוון את המשיכות לתום השנה העשרים על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי:

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$fva = -5{,}000 \times \frac{(1+0.08)^4 - 1}{0.08} = -22{,}530$$

נהוון את הסכום שקיבלנו לסוף השנה העשרים ושתיים על ידי מקדם ערך עתידי:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$fv = -22{,}530 \times (1+0.08)^3 = -28{,}381$$

-28,381 ₪ זהו הסכום שמשך פלוני במהלך השנים מהשנה ה – 16 ועד לשנה ה – 20 מהוון לשנה העשרים ושתיים.

משנה 20 ועד 21, נהוון את המשיכות לתום השנה העשרים ושתיים על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי:

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$fva = -7{,}500 \times \frac{(1+0.08)^2 - 1}{0.08} = -15{,}600$$

נהוון את הסכום שקיבלנו לסוף השנה העשרים ושמונה על ידי מקדם ערך עתידי:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$fv = -15{,}600 \times (1+0.08)^1 = -16{,}848$$

-16,848 ₪ זהו הסכום שמשך פלוני במהלך השנים מהשנה ה – 20 ועד לשנה ה – 21 מהוון לשנה העשרים ושתיים.

כעת נחבר את התקבולים וההוצאות שמהוונים לשנה ה – 22:

תקבולים עד השנה החמש עשרה:	86,133
משיכות מהשנה ה – 16 ועד ה – 20:	-28,381
משיכות מהשנה ה – 20 ועד ה – 21:	-16,848
תשובה א': יתרה למשיכה בשנה ה -22:	40,904

<u>שאלה שש עשרה</u>

עלינו להציב את הנתונים במקדם ערך נוכחי סידרתי ולמצוא את הריבית האפקטיבית הרבעונית, נשים לב שמספר התקופות הוא 120 :

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$300{,}000 = 15{,}000 \times \frac{(1+i)^{120} - 1}{i \times (1+i)^{120}}$$

$$20 = \frac{(1+i)^{120} - 1}{i \times (1+i)^{120}}$$

עלינו להסתכל בלוח היוון של מקדם ערך נוכחי סידרתי ולחפש ב – 120 שנים את הסכום 20, לפי לוח היוון זה בערך 5%, בחישוב מדויק ייצא 4.985429089%.

כעת עלינו לחשב את הריבית השנתית האפקטיבית :

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = (1 + 0.0498)^4 - 1 = 21.48\%$$

(אם נחשב לפי 5% חודשי יצא 21.55% אך עליכם לשים לב מלכתחילה שזה לא מדויק הואיל וזה לא נמצא בלוח היוון).

<u>הריבית האפקטיבית השנתית שמציע הבנק היא 21.48% תשובה ד'.</u>

שאלה שבע עשרה

החלק החשוב בשאלה הוא לשים לב שהתשלום עבור הסקר מיותר הואיל והוא הוצאה שכבר עשינו ולא תשפיע על החלטתנו (הוצאה שקועה), ולכן עלינו לחשב ענ"נ לתזרים, ראשית נחשב את הריבית האפקטיבית לתקופה:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1 = \left(1 + \frac{0.12}{2}\right)^2 - 1 = 12.36.$$

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV = -18{,}000 + 1{,}800 \times \frac{(1+0.1236)^{10} - 1}{0.1236 \times (1+0.1236)^{10}} = -7{,}977$$

הפרויקט לא כדאי ולכן לא נשקיע בפרויקט, **תשובה ד'**

שאלה שמונה עשרה

ענ"נ 2 ההשקעות יהיה שווה כאשר יש חיתוך בין 2 ההשקעות, החיתוך בין 2 ההשקעות מוגדר לפי השת"פ של התזרים ההפרשי, נחשב את התזרים ההפרשי:

	0	1	2
A	-5,000	2,500	-1,500
B	5,000	-2,000	3,000
A-B	-10,000	5,000	-4,500

כעת נחשב את השת"פ הפרויקט ההפרשי:

$$N.P.V=\sum_{t=0}^{n}\frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV=-10{,}000+\frac{5{,}000}{1+i}\frac{4{,}500}{(1+i)^2}=0$$

$$-10{,}000\underbrace{(1+i)^2}_{x^2}+5{,}000\underbrace{(1+i)}_{x}-4{,}500=0$$

$$-10{,}000x^2+5{,}000x-4{,}500=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2}=\frac{-5{,}000\pm\sqrt{(5{,}000)^2-4\times(-10{,}000)\times(-4{,}500)}}{2\times(-10{,}000)}=\frac{-5{,}000\pm\sqrt{-155{,}000{,}000}}{-20{,}000}$$

מכיוון שלא ניתן להוציא שורש לא קיים שער ריבית בו ענ"נ2 ההשקעות שווה, <u>תשובה ג'.</u>

<u>שאלה תשע עשרה</u>

ראשית נחשב את ערכו העתידי של הסכום שמושקע באופן חד פעמי, כמובן שבמקום הצבה בנוסחא ניתן להכפיל את ההפקדה 200,000 במקדם ערך עתידי בריבית של 6% ל – 10 שנים:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$fv = 200{,}000 \times \underbrace{(1+0.06)^{10}}_{1.79}$$

$$fv = 358{,}170$$

שנית נחשב את ערכם העתידי של ההפקדות החודשיות במשך 10 שנים בריבית שנתית של 6%:

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$fva = 10{,}000 \times \underbrace{\frac{(1+0.06)^{10} - 1}{0.06}}_{13.18}$$

$$fva = 131{,}808$$

סה"כ הסכום שיצטבר לאחר 10 שנים הוא:

$$358{,}170 + 131{,}808 = 489{,}978$$

<u>תשובה ב': בתום תקופת החיסכון יעמוד לרשותך 489,978 ₪.</u>

שאלה עשרים

עלינו לחשב את ההחזר השנתי מ – 2 ההלוואות, ההלוואה בסך 2,000,000 ₪:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$2{,}000{,}000 = A \times \frac{(1+0.08)^4 - 1}{0.08 \times (1+0.08)^4}$$

$$A \cong 603{,}841$$

כעת נחשב את ההחזר השנתי מיתרת ההלוואה:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$(3{,}000{,}000 - 2{,}000{,}000) = A \times \frac{(1+0.25)^4 - 1}{0.25 \times (1+0.25)^4}$$

$$A \cong 423{,}442$$

בכל שנה החברה תדרוש מכל מחסן את העלות השנתית היחסית (לחלק ל – 4 מחסנים):

$$\frac{603{,}841 + 423{,}442}{4} = \frac{1{,}027{,}283}{4} \cong 256{,}820$$

שכר הדירה המינימאלי שתחייב החברה את כל אחד משוכרי המחסנים הוא 256,820 ₪ לשנה תשובה ב'

נספח 4 – לוח היוון – מקדם ערך עתידי $(1+i)^n$

10%	9%	8%	7%	6%	5%	4%	3%	2%	1%	(n)
1.100	1.090	1.080	1.070	1.060	1.050	1.040	1.030	1.020	1.010	1
1.210	1.188	1.166	1.145	1.124	1.103	1.082	1.061	1.040	1.020	2
1.331	1.295	1.260	1.225	1.191	1.158	1.125	1.093	1.061	1.030	3
1.464	1.412	1.360	1.311	1.262	1.216	1.170	1.126	1.082	1.041	4
1.611	1.539	1.469	1.403	1.338	1.276	1.217	1.159	1.104	1.051	5
1.772	1.677	1.587	1.501	1.419	1.340	1.264	1.194	1.126	1.062	6
1.949	1.828	1.714	1.606	1.504	1.407	1.316	1.230	1.149	1.072	7
2.144	1.993	1.851	1.718	1.594	1.477	1.369	1.267	1.172	1.083	8
2.358	2.172	1.999	1.838	1.689	1.551	1.423	1.305	1.195	1.094	9
2.594	2.367	2.159	1.967	1.791	1.629	1.480	1.344	1.219	1.105	10
2.853	2.580	2.332	2.105	1.898	1.710	1.539	1.384	1.243	1.116	11
3.138	2.813	2.518	2.252	2.012	1.796	1.601	1.426	1.268	1.127	12
3.452	3.066	2.720	2.410	2.133	1.886	1.665	1.469	1.294	1.138	13
3.797	3.342	2.937	2.579	2.261	1.980	1.732	1.513	1.319	1.149	14
4.177	3.642	3.172	2.759	2.397	2.079	1.801	1.558	1.346	1.161	15
4.595	3.970	3.426	2.952	2.540	2.183	1.873	1.605	1.373	1.173	16
5.054	4.328	3.700	3.159	2.693	2.292	1.948	1.653	1.400	1.184	17
5.560	4.717	3.996	3.380	2.854	2.407	2.026	1.702	1.428	1.196	18
6.166	5.142	4.316	3.617	3.026	2.527	2.107	1.754	1.457	1.208	19
6.727	5.604	4.661	3.870	3.207	2.653	2.191	1.806	1.846	1.220	20
7.400	6.109	5.034	4.141	3.400	2.786	2.279	1.860	1.516	1.232	21
8.140	6.659	5.437	4.430	3.604	2.925	2.370	1.916	1.546	1.245	22
8.954	7.258	5.871	4.741	3.820	3.072	2.465	1.974	1.577	1.257	23
9.850	7.911	6.341	5.072	4.049	3.225	2.563	2.033	1.608	1.270	24
10.83	8.623	6.484	5.427	4.292	3.386	2.666	2.094	1.641	1.282	25
11.92	9.399	7.396	5.807	4.549	3.556	2.772	2.157	1.673	1.295	26

10%	9%	8%	7%	6%	5%	4%	3%	2%	1%	(n)
13.11	10.25	7.988	6.214	4.822	3.733	2.883	2.221	1.707	1.308	27
14.42	11.17	8.627	6.649	5.112	3.920	2.999	2.288	1.741	1.321	28
15.86	12.17	9.317	7.114	5.418	4.116	3.119	2.357	1.776	1.335	29
17.45	13.27	10.06	7.612	5.743	4.322	3.243	2.427	1.811	1.348	30
117.4	74.36	46.90	29.46	18.42	11.47	7.107	4.384	2.692	1.645	50
13780	5529	2199	867.7	339.3	131.5	50.50	19.21	7.244	2.704	100
92709	30987	10252	3357	1088	348.9	110.6	34.71	10.76	3.300	120

לוח היוון – מקדם ערך עתידי $(1+i)^n$

20%	19%	18%	17%	16%	15%	14%	13%	12%	11%	(n)
1.200	1.190	1.180	1.170	1.160	1.150	1.140	1.130	1.120	1.110	1
1.440	1.416	1.392	1.369	1.346	1.323	1.300	1.277	1.254	1.232	2
1.728	1.685	1.643	1.602	1.561	1.521	1.482	1.443	1.405	1.368	3
2.074	2.005	1.939	1.874	1.811	1.749	1.689	1.630	1.574	1.518	4
2.488	2.386	2.288	2.192	2.100	2.011	1.925	1.842	1.762	1.685	5
2.986	2.840	2.700	2.565	2.436	2.313	2.195	2.082	1.974	1.870	6
3.583	3.379	3.185	3.001	2.826	2.660	2.502	2.353	2.211	2.076	7
4.300	4.021	3.579	3.511	3.278	3.059	2.853	2.658	2.476	2.305	8
5.160	4.785	4.435	4.108	3.803	3.518	3.252	3.004	2.773	2.558	9
6.192	5.695	5.234	4.807	4.411	4.406	3.707	3.395	3.106	2.839	10
7.430	6.777	6.176	5.624	5.117	4.652	4.226	3.836	3.479	3.152	11
8.916	8.064	7.288	6.580	5.936	5.350	4.818	4.335	3.896	3.498	12
10.70	9.596	8.599	7.699	6.886	6.153	5.492	4.898	4.363	3.883	13
12.84	11.42	10.15	9.007	7.988	7.076	6.261	5.535	4.887	4.310	14
15.41	13.59	11.97	10.54	9.266	8.137	7.138	6.254	5.474	4.785	15
18.49	16.17	14.13	12.33	10.75	9.358	8.137	7.067	6.130	5.311	16

20%	19%	18%	17%	16%	15%	14%	13%	12%	11%	(n)
22.19	19.24	16.67	14.43	12.47	10.76	9.276	7.986	6.866	5.895	17
26.62	22.90	19.67	16.88	14.46	12.38	10.58	9.024	7.690	6.544	18
31.95	27.25	23.21	19.75	16.78	14.23	12.06	10.20	8.613	7.263	19
38.34	32.43	27.39	23.11	19.46	16.37	13.74	11.52	9.646	8.062	20
46.01	38.59	32.32	27.03	22.57	18.82	15.67	13.02	10.80	8.949	21
55.21	45.92	38.14	31.63	26.19	21.64	17.86	14.71	12.10	9.934	22
66.25	54.65	45.01	37.01	30.38	24.89	20.36	16.63	13.55	11.03	23
79.50	65.03	53.11	43.30	35.24	28.63	23.21	18.79	15.18	12.24	24
95.40	77.39	62.67	50.66	40.87	32.92	26.46	21.23	17.00	13.59	25
114.5	92.09	73.95	59.27	47.41	37.86	30.17	23.99	19.04	15.08	26
137.4	109.6	87.26	69.35	55.00	43.54	34.39	27.11	21.32	16.74	27
164.8	130.4	103.0	81.13	63.80	50.07	39.20	30.63	23.88	18.85	28
197.8	155.2	121.5	94.93	74.01	57.58	44.69	34.62	26.75	20.62	29
237.4	184.7	143.4	111.1	85.85	66.21	50.95	39.12	29.96	22.89	30
9100	5989	3927	2566	1671	1084	700.2	450.7	289.0	184.6	50

נספח 5 – לוח היוון – מקדם ערך עתידי סדרתי $\frac{(1+i)^n-1}{i}$

10%	9%	8%	7%	6%	5%	4%	3%	2%	1%	(n)
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1
2.100	2.090	2.080	2.070	2.060	2.050	2.040	2.030	2.020	2.010	2
3.31	3.278	3.246	3.214	3.183	3.152	3.121	3.090	3.060	3.030	3
4.641	4.573	4.506	4.439	4.374	4.310	4.246	4.183	4.121	4.060	4
6.105	5.984	5.866	5.750	5.637	5.525	5.416	5.309	5.204	5.101	5
7.715	7.523	7.335	7.153	6.975	6.801	6.632	6.468	6.308	6.152	6
9.487	9.200	8.922	8.654	8.393	8.142	7.898	7.662	7.434	7.213	7
11.43	11.03	10.636	10.259	9.897	9.549	9.214	8.892	8.582	8.285	8
13.57	13.02	12.49	11.98	11.49	11.03	10.58	10.16	9.754	9.368	9
15.93	15.19	14.49	13.82	13.18	12.58	12.01	11.46	10.95	10.46	10
18.53	17.56	16.65	15.78	14.97	14.21	13.49	12.81	12.17	11.57	11
21.38	20.14	18.98	17.89	16.87	15.92	15.03	14.19	13.41	12.68	12
24.52	22.95	21.50	20.14	18.88	17.71	16.63	15.62	14.68	13.81	13
27.97	26.02	24.21	22.55	21.02	19.60	18.29	17.09	15.97	14.95	14
31.77	29.36	27.15	25.13	23.28	21.58	20.02	18.60	17.29	16.10	15
35.94	33.00	30.32	27.89	25.67	23.66	21.82	20.16	18.64	17.26	16
40.54	36.97	33.75	30.84	28.21	25.84	23.70	21.76	20.01	18.43	17
45.59	41.30	37.45	33.99	30.91	28.13	25.65	23.41	21.41	19.61	18
51.15	46.02	41.45	37.38	33.76	30.54	27.67	25.12	22.84	20.81	19
57.27	51.16	45.76	40.99	36.79	33.07	29.78	26.87	24.30	22.02	20
64.00	56.76	50.42	44.87	39.99	35.72	31.97	28.68	25.78	23.24	21
71.40	62.87	55.46	49.01	43.39	38.51	34.25	30.54	27.30	24.47	22
79.54	69.53	60.89	53.44	46.99	41.43	36.62	32.45	28.84	25.72	23
88.49	76.79	66.76	58.18	50.82	44.50	39.08	34.43	30.42	26.97	24
98.3	84.70	73.11	63.25	54.86	47.73	41.65	36.46	32.03	28.24	25

10%	9%	8%	7%	6%	5%	4%	3%	2%	1%	(n)
109.2	93.32	79.95	68.68	59.16	51.11	44.31	38.55	33.67	29.53	26
121.1	102.7	87.35	74.48	63.71	54.67	47.08	40.71	35.34	30.82	27
134.2	112.9	95.34	80.70	68.53	58.40	49.97	42.93	37.05	32.13	28
148.6	124.1	103.9	87.35	73.64	62.32	52.97	45.22	38.79	33.45	29
164.5	136.3	113.3	94.46	79.06	66.44	56.08	47.58	40.57	34.78	30
1163	815.1	573.7	406.5	290.3	209.3	152.6	112.7	84.57	64.46	50

לוח היוון – מקדם ערך עתידי סדרתי $\frac{(1+i)^n-1}{i}$

20%	19%	18%	17%	16%	15%	14%	13%	12%	11%	(n)
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1
2.200	2.190	2.180	2.170	2.160	2.150	2.140	2.130	2.120	2.110	2
3.640	3.606	3.572	3.539	3.506	3.473	3.440	3.407	3.374	3.342	3
5.368	5.291	5.215	5.141	5.066	4.993	4.921	4.850	4.779	4.710	4
7.442	7.297	7.154	7.014	6.877	6.742	6.610	6.480	6.353	6.228	5
9.930	9.683	9.442	9.207	8.977	8.754	8.536	8.323	8.115	7.913	6
12.91	12.52.	12.14	11.77	11.41	11.06	10.73	10.40	10.08	9.783	7
16.49	15.90	1532.	14.77	14.24	13.72	12.23	12.75	12.30	11.85	8
20.79	19.92	19.08	18.28	17.51	16.78	16.08	15.41	14.77	14.16	9
25.95	24.70	23.52	22.39	21.32	20.30	19.33	18.42	17.54	16.72	10
32.15	30.40	28.75	27.20	25.73	24.34	23.04	21.81	20.65	19.56	11
39.58	37.18	34.93	32.82	30.85	29.00	27.27	25.65	24.13	22.71	12
48.49	45.24	42.21	39.40	36.78	34.35	32.08	29.98	28.09	26.21	13
59.19	54.84	50.81	47.10	43.67	40.50	37.58	34.88	32.39	30.09	14
72.03	66.26	60.96	56.11	51.66	47.58	43.84	40.41	37.28	34.40	15
87.44	79.85	72.93	66.64	60.92	55.71	50.98	46.67	42.75	39.19	16

20%	19%	18%	17%	16%	15%	14%	13%	12%	11%	(n)
105.9	96.02	87.06	78.97	71.67	65.07	59.11	53.73	48.88	44.50	17
128.1	115.2	103.7	93.40	84.14	75.83	68.39	61.72	55.75	50.39	18
154.7	138.1	123.4	110.2	98.60	88.21	78.96	70.74	63.44	56.93	19
186.6	165.4	146.6	130.0	115.3	102.4	91.02	80.94	72.05	64.20	20
225.0	197.8	174.0	153.1	134.8	118.8	104.7	92.47	81.69	72.26	21
271.0	236.4	206.3	180.1	157.4	137.6	120.4	105.4	92.50	81.214	22
326.2	282.3	244.49	211.8	183.6	159.2	138.3	120.2	104.6	91.14	23
392.5	337.0	289.5	248.8	214.0	184.2	18.7	136.8	118.2	102.2	24
472.0	402.0	342.6	292.1	249.2	212.8	181.9	155.6	133.3	114.4	25
567.4	479.4	405.3	342.8	290.1	245.7	208.3	176.9	150.3	128.0	26
681.9	571.5	479.2	402.0	337.5	283.6	238.5	200.8	169.4	143.1	27
819.2	681.1	566.5	471.4	392.5	327.1	272.9	227.9	190.7	159.8	28
984.1	811.5	669.4	552.5	456.3	377.2	312.1	258.6	214.6	178.4	29
1181	966.7	790.9	647.4	530.3	434.7	356.8	293.2	241.3	199.0	30
45497	31515	21813	15089	10435	7217	4994	3459	2400	1668	50

נספח 6 – לוח היוון – מקדם ערך נוכחי $\frac{1}{(1+i)^n}$

10%	9%	8%	7%	6%	5%	4%	3%	2%	1%	(n)
0.909	0.917	0.926	0.935	0.943	0.952	0.962	0.971	0.980	0.990	1
0.826	0.842	0.857	0.873	0.890	0.907	0.925	0.943	0.961	0.980	2
0.751	0.772	0.794	0.816	0.840	0.864	0.889	0.915	0.942	0.971	3
0.683	0.708	0.735	0.763	0.792	0.823	0.855	0.888	0.924	0.961	4
0.621	0.650	0.681	0.713	0.747	0.784	0.822	0.863	0.906	0.951	5
0.564	0.596	0.630	0.666	0.705	0.746	0.790	0.837	0.888	0.942	6
0.513	0.547	0.583	0.623	0.665	0.711	0.760	0.813	0.871	0.933	7
0.467	0.502	0.540	0.582	0.627	0.677	0.731	0.789	0.853	0.923	8
0.424	0.460	0.500	0.544	0.592	0.645	0.703	0.766	0.837	0.914	9
0.386	0.422	0.463	0.508	0.558	0.614	0.676	0.744	0.820	0.905	10
0.350	0.388	0.429	0.475	0.527	0.585	0.650	0.722	0.804	0.896	11
0.319	0.356	0.397	0.444	0.497	0.557	0.625	0.701	0.788	0.887	12
0.290	0.326	0.368	0.415	0.469	0.530	0.601	0.681	0.773	0.879	13
0.263	0.299	0.340	0.388	0.442	0.505	0.577	0.661	0.758	0.870	14
0.239	0.275	0.315	0.362	0.417	0.481	0.555	0.642	0.743	0.861	15
0.218	0.252	0.292	0.339	0.394	0.458	0.534	0.623	0.728	0.853	16
0.198	0.231	0.270	0.317	0.371	0.436	0.513	0.605	0.714	0.844	17
0.180	0.212	0.250	0.296	0.350	0.416	0.494	0.587	0.700	0.836	18
0.164	0.194	0.232	0.277	0.331	0.396	0.475	0.570	0.686	0.828	19
0.149	0.178	0.215	0.258	0.312	0.377	0.456	0.554	0.673	0.820	20
0.135	0.164	0.199	0.242	0.294	0.359	0.439	0.538	0.660	0.811	21
0.123	0.150	0.184	0.226	0.278	0.342	0.422	0.522	0.647	0.803	22
0.112	0.138	0.170	0.211	0.262	0.326	0.406	0.507	0.634	0.795	23
0.102	0.126	0.158	0.197	0.247	0.310	0.390	0.492	0.622	0.788	24
0.092	0.166	0.146	0.184	0.233	0.295	0.375	0.478	0.610	0.780	25

10%	9%	8%	7%	6%	5%	4%	3%	2%	1%	(n)
0.084	0.106	0.135	0.172	0.220	0.281	0.361	0.464	0.598	0.772	26
0.076	0.098	0.125	0.161	0.207	0.268	0.347	0.450	0.586	0.764	27
0.069	0.090	0.116	0.150	0.196	0.255	0.333	0.437	0.574	0.757	28
0.063	0.082	0.107	0.141	0.185	0.243	0.321	0.424	0.563	0.749	29
0.057	0.075	0.099	0.131	0.174	0.231	0.308	0.412	0.552	0.742	30
0.009	0.013	0.021	0.034	0.054	0.087	0.141	0.228	0.372	0.608	50
0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.008	0.020	0.052	0.138	0.370	100
0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.009	0.029	0.093	0.303	120

לוח היוון – מקדם ערך נוכחי $\frac{1}{(1+i)^n}$

20%	19%	18%	17%	16%	15%	14%	13%	12%	11%	(n)
0.833	0.840	0.847	0.855	0.862	0.870	0.877	0.885	0.893	0.901	1
0.694	0.706	0.718	0.731	0.743	0.756	0.769	0.783	0.797	0.812	2
0.579	0.593	0.609	0.624	0.641	0.658	0.675	0.693	0.712	0.731	3
0.482	0.499	0.516	0.534	0.552	0.572	0.592	0.613	0.636	0.659	4
0.402	0.419	0.437	0.456	0.476	0.497	0.519	0.543	0.567	0.593	5
0.335	0.352	0.370	0.390	0.410	0.432	0.456	0.480	0.507	0.535	6
0.279	0.296	0.314	0.333	0.354	0.376	0.400	0.425	0.452	0.482	7
0.233	0.249	0.266	0.285	0.305	0.327	0.351	0.376	0.404	0.434	8
0.194	0.209	0.225	0.243	0.263	0.284	0.308	0.333	0.361	0.391	9
0.162	0.176	0.191	0.208	0.227	0.247	0.270	0.295	0.322	0.352	10
0.135	0.148	0.162	0.178	0.195	0.215	0.237	0.261	0.287	0.317	11
0.112	0.124	0.137	0.152	0.168	0.187	0.208	0.231	0.257	0.286	12
0.093	0.104	0.116	0.130	0.145	0.163	0.182	0.204	0.229	0.258	13
0.078	0.088	0.099	0.111	0.125	0.141	0.160	0.181	0.205	0.232	14
0.065	0.074	0.084	0.095	0.108	0.123	0.140	0.160	0.183	0.209	15

20%	19%	18%	17%	16%	15%	14%	13%	12%	11%	(n)
0.054	0.062	0.071	0.081	0.093	0.107	0.123	0.141	0.163	0.188	16
0.045	0.052	0.060	0.069	0.080	0.093	0.108	0.125	0.146	0.170	17
0.038	0.044	0.051	0.059	0.069	0.081	0.095	0.111	0.130	0.153	18
0.031	0.037	0.043	0.051	0.060	0.070	0.083	0.098	0.116	0.138	19
0.026	0.031	0.037	0.043	0.051	0.061	0.073	0.087	0.104	0.124	20
0.022	0.026	0.031	0.037	0.044	0.053	0.064	0.077	0.093	0.112	21
0.018	0.022	0.026	0.032	0.038	0.046	0.056	0.068	0.083	0.101	22
0.015	0.018	0.022	0.027	0.033	0.040	0.049	0.060	0.074	0.091	23
0.013	0.015	0.019	0.023	0.028	0.035	0.043	0.053	0.066	0.082	24
0.010	0.013	0.016	0.020	0.024	0.030	0.038	0.047	0.059	0.074	25
0.009	0.011	0.014	0.017	0.021	0.026	0.033	0.042	0.053	0.066	26
0.007	0.009	0.011	0.014	0.018	0.023	0.029	0.037	0.047	0.060	27
0.006	0.008	0.010	0.012	0.016	0.020	0.026	0.033	0.042	0.054	28
0.005	0.006	0.008	0.011	0.014	0.017	0.022	0.029	0.037	0.048	29
0.004	0.005	0.007	0.009	0.012	0.015	0.020	0.026	0.033	0.044	30
0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.005	50
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	100
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	120

נספח 7 – לוח היוון – מקדם ערך נוכחי סידרתי $\frac{(1+i)^n-1}{i\times(1+i)^n}$

10%	9%	8%	7%	6%	5%	4%	3%	2%	1%	(n)
0.909	0.917	0.926	0.935	0.943	0.952	0.962	0.971	0.980	0.990	1
1.736	1.759	1.783	1.808	1.833	1.859	1.886	1.913	1.942	1.970	2
2.487	2.531	2.577	2.624	2.673	2.723	2.775	2.829	2.884	2.947	3
3.170	3.240	3.312	3.387	3.465	3.546	3.630	3.717	3.808	3.902	4
3.791	3.890	3.993	4.100	4.212	4.329	4.452	4.580	4.713	4.853	5
4.355	4.486	4.623	4.767	4.917	5.076	5.242	5.417	5.601	5.795	6
4.868	5.033	5.206	5.389	5.582	5.786	6.002	6.230	6.472	6.728	7
5.335	5.535	5.747	5.971	6.210	6.463	6.733	7.020	7.325	7.652	8
5.759	5.995	6.247	6.515	6.802	7.108	7.435	7.786	8.162	8.566	9
6.145	6.418	6.710	7.024	7.360	7.722	8.111	8.530	8.983	9.471	10
6.495	6.805	7.138	7.498	7.886	8.306	8.760	9.252	9.786	10.37	11
6.813	7.160	7.536	7.942	8.383	8.863	9.385	9.954	10.58	11.26	12
7.103	7.486	7.903	8.357	8.852	9.393	9.985	10.63	11.35	12.13	13
7.366	7.786	8.244	8.745	9.294	9.898	10.56	11.30	12.11	13.00	14
7.606	8.060	8.559	9.107	9.712	10.38	11.12	11.94	12.85	13.87	15
7.823	8.312	8.851	9.446	10.11	10.84	11.65	12.56	13.58	14.72	16
8.021	8.543	9.121	9.763	10.48	11.27	12.17	13.17	14.29	15.56	17
8.201	8.755	9.371	10.06	10.83	11.69	12.66	13.75	14.99	16.40	18
8.364	8.950	9.603	10.34	11.16	12.09	13.13	14.32	15.68	17.23	19
8.513	9.128	9.818	10.59	11.47	12.46	13.59	14.88	16.35	18.05	20
8.648	9.292	10.02	10.84	11.76	12.82	14.03	15.42	17.01	18.86	21
8.771	9.442	10.20	11.06	12.04	13.16	14.45	15.94	17.66	19.66	22
8.883	9.580	10.37	11.27	12.30	13.49	14.86	16.44	18.29	20.46	23
8.984	9.706	10.53	11.47	12.55	13.80	15.25	16.94	18.91	21.24	24
9.077	9.822	10.67	11.65	12.78	14.09	15.62	17.41	19.52	22.02	25

10%	9%	8%	7%	6%	5%	4%	3%	2%	1%	(n)
9.160	9.928	10.81	11.83	13.00	14.38	15.98	17.88	20.12	22.80	26
9.237	10.03	10.94	11.99	13.21	14.64	16.33	18.33	20.71	23.56	27
9.306	10.12	11.05	12.14	13.41	14.90	16.66	18.76	21.28	24.32	28
9.369	10.20	11.16	12.28	13.59	15.14	16.98	19.19	21.84	25.07	29
9.426	10.27	11.26	12.41	13.76	15.37	17.29	19.60	22.40	25.81	30
9.914	10.96	12.23	13.80	15.76	18.26	21.48	25.73	31.42	39.20	50
10.00	11.11	12.49	14.27	16.62	19.85	24.50	31.60	43.10	63.03	100
10.00	11.11	12.50	14.28	16.65	19.94	24.77	32.37	45.36	69.70	120

לוח היוון – מקדם ערך נוכחי סידרתי $\frac{(1+i)^n-1}{i\times(1+i)^n}$

20%	19%	18%	17%	16%	15%	14%	13%	12%	11%	(n)
0.833	0.840	0.847	0.855	0.862	0.870	0.877	0.885	0.893	0.901	1
1.528	1.547	1.566	1.585	1.605	1.626	1.647	1.668	1.690	1.713	2
2.106	2.140	2.174	2.210	2.246	2.283	2.322	2.361	2.402	2.444	3
2.589	2.639	2.690	2.743	2.798	2.855	2.914	2.974	3.037	3.102	4
2.991	3.058	3.127	3.199	3.274	3.352	3.433	3.517	3.605	3.696	5
3.326	3.410	3.498	3.589	3.685	3.784	3.889	3.998	4.111	4.231	6
3.605	3.706	3.812	3.922	4.039	4.160	4.288	4.423	4.564	4.712	7
3.837	3.954	4.078	4.207	4.344	4.487	4.639	4.799	4.968	5.146	8
4.031	4.163	4.303	4.451	4.607	4.772	4.946	5.132	5.328	5.537	9
4.192	4.339	4.494	4.659	4.833	5.019	5.216	5.426	5.650	5.889	10
4.327	4.486	4.656	4.836	5.029	5.234	5.453	5.687	5.938	6.207	11
4.439	4.611	4.793	4.988	5.197	5.421	5.660	5.918	6.194	6.492	12
4.533	4.715	4.910	5.118	5.342	5.583	5.842	6.122	6.424	6.750	13
4.611	4.802	5.008	5.229	5.468	5.724	6.002	6.302	6.628	6.982	14
4.675	4.876	5.092	5.324	5.575	5.847	6.142	6.462	6.811	7.191	15

20%	19%	18%	17%	16%	15%	14%	13%	12%	11%	(n)
4.730	4.938	5.162	5.405	5.668	5.954	6.265	6.604	6.974	7.379	16
4.775	4.990	5.222	5.475	5.749	6.047	6.373	6.729	7.120	7.549	17
4.812	5.033	5.273	5.534	5.818	6.128	6.467	6.840	7.250	7.702	18
4.843	5.070	5.316	5.584	5.877	6.198	6.550	6.938	7.366	7.839	19
4.870	5.101	5.353	5.628	5.929	6.259	6.623	7.025	7.469	7.963	20
4.891	5.127	5.384	5.665	5.973	6.312	6.687	7.102	7.562	8.075	21
4.909	5.149	5.410	5.696	6.011	6.359	6.743	7.170	7.645	8.176	22
4.925	5.167	5.432	5.723	6.044	6.399	6.792	7.230	7.718	8.266	23
4.937	5.182	5.451	5.746	6.073	6.434	6.835	7.283	7.784	8.348	24
4.948	5.195	5.467	5.766	6.097	6.464	6.873	7.330	7.843	8.422	25
4.956	5.206	5.480	5.783	6.118	6.491	6.906	7.372	7.896	8.488	26
4.964	5.215	5.492	5.798	6.136	6.514	6.935	7.409	7.943	8.548	27
4.970	5.223	5.502	5.810	6.152	6.534	6.961	7.441	7.984	8.602	28
4.975	5.229	5.510	5.820	6.166	6.551	6.983	7.470	8.022	8.650	29
4.979	5.235	5.517	5.829	6.177	6.566	7.003	7.496	8.055	8.694	30
4.999	5.262	5.554	5.880	6.246	6.661	7.133	7.675	8.304	9.042	50
5.000	5.263	5.556	5.882	6.250	6.667	7.143	7.692	8.333	9.091	100
5.000	5.263	5.556	5.882	6.250	6.667	7.143	7.692	8.333	9.091	120

נספח 8 – לוח היוון – מקדם החזר הון $\frac{i\times(1+i)^n}{(1+i)^n-1}$

10%	9%	8%	7%	6%	5%	4%	3%	2%	1%	(n)
1.100	1.090	1.080	1.070	1.060	1.050	1.040	1.030	1.020	1.010	1
0.576	0.568	0.561	0.553	0.545	0.538	0.530	0.523	0.515	0.508	2
0.402	0.395	0.388	0.381	0.374	0.367	0.360	0.354	0.347	0.340	3
0.315	0.309	0.302	0.295	0.289	0.282	0.275	0.269	0.263	0.256	4
0.264	0.257	0.250	0.244	0.237	0.231	0.225	0.218	0.212	0.206	5
0.230	0.223	0.216	0.210	0.203	0.197	0.191	0.185	0.179	0.173	6
0.205	0.199	0.192	0.186	0.179	0.173	0.167	0.161	0.155	0.149	7
0.187	0.181	0.174	0.167	0.161	0.155	0.149	0.142	0.137	0.131	8
0.174	0.167	0.160	0.153	0.147	0.141	0.134	0.128	0.123	0.117	9
0.163	0.156	0.149	0.142	0.136	0.130	0.123	0.117	0.111	0.106	10
0.154	0.147	0.140	0.133	0.127	0.120	0.114	0.108	0.102	0.096	11
0.147	0.140	0.133	0.126	0.119	0.133	0.107	0.100	0.095	0.089	12
0.141	0.134	0.127	0.120	0.113	0.106	0.100	0.094	0.088	0.082	13
0.136	0.128	0.121	0.114	0.108	0.101	0.095	0.089	0.083	0.077	14
0.131	0.124	0.117	0.110	0.103	0.096	0.090	0.084	0.078	0.072	15
0.128	0.120	0.113	0.106	0.099	0.092	0.086	0.080	0.074	0.068	16
0.125	0.117	0.110	0.102	0.095	0.089	0.082	0.076	0.070	0.064	17
0.122	0.114	0.107	0.099	0.092	0.086	0.079	0.073	0.067	0.061	18
0.120	0.112	0.104	0.097	0.090	0.083	0.076	0.070	0.064	0.058	19
0.117	0.110	0.102	0.094	0.087	0.080	0.074	0.067	0.061	0.055	20
0.116	0.108	0.100	0.092	0.085	0.078	0.071	0.065	0.059	0.053	21
0.114	0.106	0.098	0.090	0.083	0.076	0.069	0.063	0.057	0.051	22
0.113	0.104	0.096	0.089	0.081	0.074	0.067	0.061	0.055	0.049	23
0.111	0.103	0.095	0.087	0.080	0.072	0.066	0.059	0.053	0.047	24
0.110	0.102	0.094	0.086	0.078	0.071	0.064	0.057	0.051	0.045	25

10%	9%	8%	7%	6%	5%	4%	3%	2%	1%	(n)
0.109	0.101	0.093	0.085	0.077	0.070	0.063	0.056	0.050	0.044	26
0.108	0.100	0.091	0.083	0.076	0.068	0.061	0.055	0.048	0.042	27
0.107	0.099	0.090	0.082	0.075	0.067	0.060	0.053	0.047	0.041	28
0.107	0.098	0.090	0.081	0.074	0.066	0.059	0.052	0.046	0.040	29
0.106	0.097	0.089	0.081	0.073	0.065	0.058	0.051	0.045	0.039	30
0.101	0.091	0.082	0.072	0.063	0.055	0.047	0.039	0.032	0.026	50
0.100	0.090	0.080	0.070	0.060	0.050	0.041	0.032	0.023	0.016	100
0.100	0.090	0.080	0.070	0.060	0.050	0.040	0.031	0.022	0.014	120

לוח היוון – מקדם החזר הון $\frac{i\times(1+i)^n}{(1+i)^n-1}$

20%	19%	18%	17%	16%	15%	14%	13%	12%	11%	(n)
1.200	1.190	1.180	1.170	1.160	1.150	1.140	1.130	1.120	1.110	1
0.655	0.647	0.639	0.631	0.623	0.615	0.607	0.599	0.592	0.584	2
0.475	0.467	0.460	0.453	0.455	0.438	0.431	0.424	0.416	0.409	3
0.386	0.379	0.372	0.365	0.357	0.350	0.343	0.336	0.329	0.322	4
0.334	0.327	0.320	0.313	0.305	0.298	0.291	0.284	0.277	0.271	5
0.301	0.293	0.286	0.279	0.271	0.264	0.257	0.250	0.243	0.236	6
0.277	0.270	0.262	0.255	0.248	0.240	0.233	0.226	0.219	0.212	7
0.261	0.253	0.245	0.238	0.230	0.223	0.216	0.208	0.201	0.194	8
0.248	0.240	0.232	0.225	0.217	0.210	0.202	0.195	0.188	0.181	9
0.239	0.230	0.223	0.215	0.207	0.199	0.192	0.184	0.177	0.170	10
0.231	0.223	0.215	0.207	0.199	0.191	0.183	0.176	0.168	0.161	11
0.225	0.217	0.209	0.200	0.192	0.184	0.177	0.169	0.161	0.154	12
0.221	0.212	0.204	0.195	0.187	0.179	0.171	0.163	0.156	0.148	13
0.217	0.208	0.200	0.191	0.183	0.175	0.167	0.159	0.151	0.143	14
0.214	0.205	0.196	0.188	0.179	0.171	0.163	0.155	0.147	0.139	15

20%	19%	18%	17%	16%	15%	14%	13%	12%	11%	(n)
0.211	0.203	0.194	0.185	0.176	0.168	0.160	0.151	0.143	0.136	16
0.209	0.200	0.191	0.183	0.174	0.165	0.157	0.149	0.140	0.132	17
0.208	0.199	0.190	0.181	0.172	0.163	0.155	0.146	0.138	0.130	18
0.206	0.197	0.188	0.179	0.170	0.161	0.153	0.144	0.136	0.128	19
0.205	0.196	0.187	0.178	0.169	0.160	0.151	0.142	0.134	0.126	20
0.204	0.195	0.186	0.177	0.167	0.158	0.150	0.141	0.132	0.124	21
0.204	0.194	0.185	0.176	0.166	0.157	0.148	0.139	0.131	0.122	22
0.203	0.194	0.184	0.175	0.165	0.156	0.147	0.138	0.130	0.121	23
0.203	0.193	0.183	0.174	0.165	0.155	0.146	0.137	0.128	0.120	24
0.202	0.192	0.183	0.173	0.164	0.155	0.145	0.136	0.127	0.119	25
0.202	0.192	0.182	0.173	0.163	0.154	0.145	0.136	0.127	0.118	26
0.201	0.192	0.182	0.172	0.163	0.154	0.144	0.135	0.126	0.117	27
0.201	0.191	0.182	0.172	0.163	0.153	0.144	0.134	0.125	0.116	28
0.201	0.191	0.181	0.172	0.162	0.153	0.143	0.134	0.125	0.116	29
0.201	0.191	0.181	0.172	0.162	0.152	0.143	0.133	0.124	0.115	30
0.200	0.190	0.180	0.170	0.160	0.150	0.140	0.130	0.120	0.111	50
0.200	0.190	0.180	0.170	0.160	0.150	0.140	0.130	0.120	0.110	100
0.200	0.190	0.180	0.170	0.160	0.150	0.140	0.130	0.120	0.110	120

דף נוסחאות

מקדם ערך נוכחי = כמה שווה כיום תקבול/תשלום עתידי

$$pv = fv \times \frac{1}{(1+i)^n}$$

i = שיעור הריבית.

n = מספר התקופות, מספר השנים.

fv = סכום ההפקדה היום.

מקדם ערך נוכחי סדרתי = כמה שווה כיום סדרה של תקבולים / תשלומים עתידיים.

כאשר יש סדרת הפקדות בסוף תקופה (31/12):

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

כאשר יש סדרת הפקדות כאשר הראשונה היא בתחילת תקופה (1/1) ושאר ההפקדות הן בסוף תקופה (31/12):

$$pva = A \times (1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

<u>מקדם ערך עתידי</u> = כמה שווה תקבול / תשלום חד פעמי <u>בעתיד</u>.

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

<u>מקדם ערך עתידי סדרתי</u> = כמה שווה סדרת תקבולים / תשלומים <u>בעתיד</u>.

כאשר יש סדרת הפקדות בסוף תקופה (31/12):

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

כאשר יש סדרת הפקדות כאשר הראשונה היא בתחילת תקופה (1/1) ושאר ההפקדות בן בסוף שנה (31/12):

$$fva = A \times (1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

<u>מקדם מהחזר הון</u> = הסכום הקבוע שניתן לקבל / לשלם כל תקופה במשך מספר תקופות מכל יחידה אחת של מטבע שנמצאת ברשותנו עכשיו.

$$\frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

סדרה אין סופית = סדרה של תקבולים שמתקבלים לאין סוף תקופות, המטרה היא מציאת ערך נוכחי, כלומר כמה שווה לי היום התקבולים האין סופיים.

$$pvp = pmt \times \frac{1}{i}$$

Pmt – הסכום שמקבלים/משלמים באופן קבוע.

i – ריבית לתקופה.

ריבית

חישוב ריבית שנתית אפקטיבית כאשר נתונה הריבית הנומינאלית לתקופה מסוימת.

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{n} - 1$$

r – ריבית אפקטיבית שנתית.

i – ריבית נומינלית שנתית.

n – מספר התקופות.

חישוב ריבית אפקטיבית כאשר הריבית האפקטיבית מחושבת לתקופה של יותר משנה.

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{n \times m} - 1$$

חישוב ריבית נומינאלית כאשר נתונה הריבית האפקטיבית.

$$i = \sqrt[n]{1+r} - 1$$

חישוב הריבית הריאלית כאשר נתונה הריבית הנומינאלית ושינוי בשיעורי המדד.

$$R = \frac{(1+i)}{(1+p)} - 1$$

R – שיעור ריבית ריאלית.

P – שיעור השינוי של המחירים.

חישוב הריבית הנומינאלית כאשר נתונה הריבית הריאלית ושינוי בשיעורי המדד

$$i = (1+R) \times (1+p) - 1$$

חישוב השינוי בשיעורי המדד כאשר נתונה הריבית הריאלית והריבית הנומינאלית.

$$p = \frac{(1+i)}{(1+r)} - 1$$

לוח סילוקין

מספר תשלום	תשלום על חשבון הקרן	תשלום על חשבון הריבית	סה"כ התשלום	יתרת קרן בלתי מסולקת
לפי התקופה שנקבעה בתנאי ההלוואה.	חלקו של התשלום התקופתי מהקרן שנלקחה (סכום ההלוואה).	חלקו של התשלום התקופתי מהריבית הנדרשת לתשלום		יתרת קרן בניכוי התשלומים ששולמו על חשבון הקרן.

הערכת כדאיות השקעות

ערך נוכחי נקי (ע.נ.נ)/N.P.V = קריטריון להערכת השקעות שהינו הסכום של כל התקבולים וכל התשלומים הצפויים במשך חיי השקעה בערכה הנוכחי.

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

CFt = התקבול או התשלום בעוד t תקופות.

t = תקופות.

n = מספר התקופות של תוכנית ההשקעה.

i = מחיר ההון של החברה.

<u>שיעור תשואה פנימי (ש.ת.פ)/IRR</u> = קריטריון להערכת השקעות שהינו מחיר ההון בו הערך הנוכחי הנקי של ההשקעה שווה לאפס.

$$IRR = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t} = 0$$

מחיר ההון	>	שת"פ	>	מחיר ההון
↘		↓		↙
לא כדאי		אדיש		כדאי

<u>מדד הרווחיות (PI)</u> = היחס שבין הסכום של כל תזרים המזומנים הצפוי בעתיד בהשקעה לפי ערך נוכחי, לבין הערך המוחלט של התשלום בתקופה הנוכחית לביצוע השקעה (ההשקעה הראשונית).

$$P.I. = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}}{|cf_0|}$$

P.I. = מדד הרווחיות.

CF_t = התקבול או התשלום בעוד t תקופות.

CF_0 = התשלום בתקופה הנוכחית.

i = מחיר ההון של החברה.

<u>מדד תוחלת הרווח</u> = זהו מדד שמתאר סטייה של קבוצת נתונים לערך מרכזי.

<u>תוחלת</u> – הממוצע המשוכלל בין הע.נ.נ הצפוי כפול ההסתברות המשוכללת.

$$E = \sum_{i=1}^{n} (R_i \times P_i)$$

R = ע.נ.נ

P = הסתברות.

n = מספר התוצאות.

E = תוחלת הרווח.

<u>סטיית התקן</u> – מדד לחישוב הפיזור של ההשקעה.

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x_i})^2$$

σ - סטיית תקן.

σ^2 - סטיית תקן.

r_i - הע.נ.נ

$\overline{r_i}$ - הממוצע של הע.נ.נ

n – מספר התוצאות.

<u>מדד החזר הון שנתי (AEV)</u> = המדד מאפשר באופן גס לראות איזה תקבול שנתי קבוע יאפס את הע.נ.נ

$$AEV = \frac{I_0}{{}^{t}_{i}p.v.a}$$

A.E.V – מדד החזר הון שנתי

I_0 – השקעה בתקופה אפס.

p.v.a – מקדם ערך נוכחי סדרתי.

<u>טור הנדסי אין סופי</u> – מאפשר חישוב של ערך נוכחי של פרויקטים בניתן לקיימים לאין סוף

$$pvi = \frac{pv}{1 - \frac{1}{(1+i)^m}}$$

Pvi – ע.נ.נ אין סופי.

Pv – ע.נ.נ.

m – מספר החזרות.